

Informatika pre biológov

Broňa Brejová

24.9.2015

Formulácia problému, algoritmus

- **Formulácia problému:** jasne zadefinujeme vstupné a výstupné dátá a aký výstup očakávame pre každý vstup.
- Vo formulácii nehovoríme **akým spôsobom** vypočítame výstupy zo vstupov.
- **Správny algoritmus:** Postup, ktorý určuje spôsob, akým pre každý vstup vypočítame príslušný výstup.

Biologický problém: Pomocou hmotnostného spektrometra (mass spectrometer) sme odmerali vo vzorke peptid s hmotnosťou K . Máme databázu proteínov a chceme zistiť, ktorý z proteínov obsahuje peptid s touto hmotnosťou.

Informatický problém: Vstup je postupnosť n kladných čísel $a[1], \dots, a[n]$. Nájdite súvislý úsek tejto postupnosti $a[i], a[i + 1], \dots, a[j]$, ktorý svojim súčtom dáva číslo K .

Príklad:

$K=187$

31 41 59 26 58 44 93 23 84

~~~~~

**Informatický problém:** Vstup je postupnosť  $n$  kladných čísel  $a[1], \dots, a[n]$ . Nájdite súvislý úsek tejto postupnosti  $a[i], a[i + 1], \dots, a[j]$ , ktorý svojim súčtom dáva číslo  $K$ .

**Triviálne riešenie:** skúšame všetky možnosti

```
pre každé i od 1 po n
|   pre každé j od i po n
|   |   suma := 0;
|   |   pre každé u od i po j
|   |   |   suma := suma + a[u]
|   |   ak suma = K, vypíš i,j
```

$K=187$

31 41 59 26 58 44 93 23 84

i                j

## Ako dlho takýto program pobeží?

- Naimplementovať do počítača a odmerať
- Na akom počítači? Na akých vstupoch?
- **Časová zložitosť:** (označujeme  $O(f(n))$ )
  - Zvolíme si parameter charakterizujúci množstvo dát  
napr. počet prvkov vstupnej postupnosti  $n$
  - Pre každú veľkosť vstupu **odhadneme najhorší prípad**
  - Zanedbáme konštanty

pre každé i od 1 po n

```
|   pre každé j od i po n
|   |   suma := 0;
|   |   pre každé u od i po j
|   |   |   suma := suma + a[u]
|   |   ak suma = K, vypíš i,j
```

**Časová zložitosť:** kubická, alebo  $O(n^3)$

## Prečo je časová zložitosť dôležitá a konštanty nie?

|                                         |            | $O(n)$        | $O(n \log n)$ | $O(n^2)$      | $O(n^3)$      | $O(2^n)$      |
|-----------------------------------------|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Čas na vyriešenie problému veľkosti ... | 10         | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ |
|                                         | 50         | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | 2 weeks       |
|                                         | 100        | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | 2800 univ.    |
|                                         | 1000       | $\varepsilon$ | $\varepsilon$ | 0.02s         | 4.5s          | —             |
|                                         | 10000      | $\varepsilon$ | 0.01s         | 2.1s          | 75m           | —             |
|                                         | 100000     | 0.04s         | 0.12s         | 3.5m          | 52d           | —             |
|                                         | 1 mil.     | 0.42s         | 1.4s          | 5.8h          | 142yr         | —             |
|                                         | 10 mil.    | 4.2s          | 16.1s         | 24.3d         | 140000yr      | —             |
| Max veľkosť problému vyriešená za       | 1s         | 2.3 mil.      | 740000        | 6900          | 610           | 33            |
|                                         | 1m         | 140 mil.      | 34 mil.       | 53000         | 2400          | 39            |
|                                         | 1d         | 200 bil.      | 35 bil.       | 2 mil.        | 26000         | 49            |
| Zvýšenie času so zvýšeným $n$           | +1         | —             | —             | —             | —             | $\times 2$    |
|                                         | $\times 2$ | $\times 2$    | $\times 2+$   | $\times 4$    | $\times 8$    | —             |

## Efektívnejší algoritmus

- Najprv si predpočítame pre každý začiatok postupnosti jej súčet  
 $S[i] = a[1] + a[2] + \dots + a[i]$   
 $S[0] := 0$   
pre každé i od 1 po n  
|     $S[i] = S[i-1] + a[i]$
- Potom súčet podpostupnosti od  $i$  po  $j$  vieme spočítať jednoducho ako  $S[j] - S[i - 1]$   
pre každé i od 1 po n  
|    pre každé j od i po n  
|    |    ak  $S[j] - S[i-1] = K$ , vypíš i, j
- **Časová zložitosť:** kvadratická, alebo  $O(n^2)$
- Ak sú všetky čísla kladné, dá sa aj v lineárnom čase  $O(n)$

**Ako rýchle algoritmy poznáme pre tieto problémy?**

### **Najdlhšia spoločná podpostupnosť**

- Vstup: dva reťazce
- Problém: Ako z nich ubrať čo najmenej znakov tak, aby sa potom rovnali?
- Výstup: Spoločná podpostupnosť po ubraní znakov, resp. jej dĺžka

### **Najkratšie spoločné nadslovo**

- Vstup: niekoľko reťazcov
- Výstup: najkratší reťazec, ktorý obsahuje všetky vstupné reťazce ako súvislé podreťazce

**Ako rýchle algoritmy poznáme pre tieto problémy?**

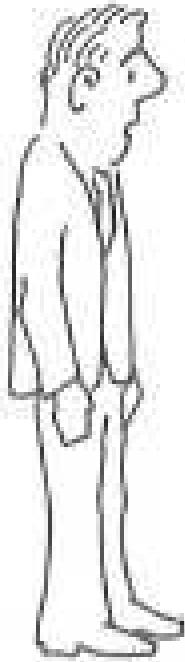
**Najdlhšia spoločná podpostupnosť**

Dá sa riešiť v čase  $O(n^2)$  pomocou dynamického programovania

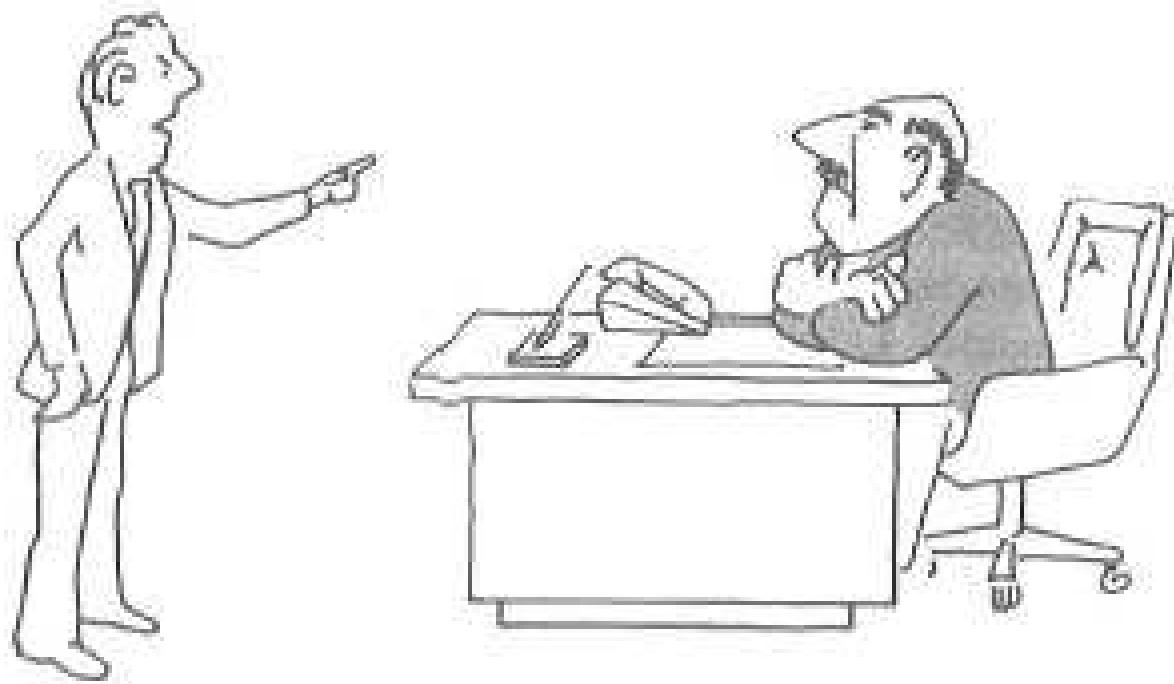
**Najkratšie spoločné nadľaovo**

Nepoznáme algoritmus, ktorý by bežal v polynomiálnom čase  
t.j.  $O(n^k)$  pre nejakú konštantu  $k$

Tento problém je **NP-ťažký**.



"I can't find an efficient algorithm, I guess I'm just too dumb."



"I can't find an efficient algorithm, because no such algorithm is possible!"



"I can't find an efficient algorithm, but neither can all these famous people."

## Ako so vysporiadáť s NP-ťažkými problémami?

### Heuristické algoritmy

- Nájde **aspoň nejaké riešenie**, aj keď nie nutne optimálne
- Nejde teda o správny algoritmus riešiaci náš problém, lebo pre niektoré vstupy dáva zlú odpoved'
- Radšej ale horšia odpoved' rýchlo, ako perfektná o milión rokov

**Príklad:** pre najdlhší spoločný podreťazec nájdime vždy prvý pár rovnakých písmen zľava tak, aby sme museli vyškráť čo najmenej písmen, potom pokračujme so zvyškom reťazca.

Skúsme na vstupe bbadc, aaabbc

## Ako so vysporiadáť s NP-ťažkými problémami?

### Aproximačný algoritmus

- Často vieme dokázať, že nejaká heuristika sa vždy priblíží k optimálnemu riešeniu aspoň po určitú hranicu

**Príklad:** Heuristika pre najkratší spoločný nadreťazec: v každom kroku zlepíme dva reťazce s najväčším prekryvom

Je dokázané, že vždy nájde najviac 3,5-krát dlhší reťazec ako najlepšie riešenie.

Informatici predpokladajú, že v skutočnosti najviac 2-krát dlhší, ale nevieme to dokázať.

## Ako so vysporiadáť s NP-ťažkými problémami?

### Exaktný výpočet pomocou iného problému

- Preformulovať do podoby jedného zobre známych NP-ťažkých problémov (napr. celočíselné lineárne programovanie, a pod.)
- Múdri ľudia napísali programy, ktoré vedia riešiť tieto známe problémy **aspoň v niektorých prípadoch** (CONCORD, CPLEX, a pod.)

### Preformulovať problém

- Je toto skutočne jediná rozumná formulácia biologického problému ktorý chceme vyriešiť?

## Zhrnutie

- Problémy zo skutočného života je dobré najsť sformulovať tak, aby bolo jasné, aké výsledky očakávame pre každý možný vstup.
- Takáto formulácia by mala byť oddelená od postupu (algoritmu) riešenia.
- Informatici merajú čas v O-čkach, ktoré abstrahujú od detailov konkrétneho počítača.
- Vytvorenie efektívneho algoritmu je umenie! Časť z toho sú finty (ako napr. dynamické programovanie).
- Pre niektoré problémy poznáme iba Nechutne Pomalé algoritmy (NP-ťažké).
- Aj napriek tomu vo veľa prípadoch vieme pomôcť.

# **Úvod do dynamického programovania**

## **(cvičenie)**

**Broňa Brejová**  
**1.10.2015**

## Problém platenia minimálnym počtom mincí

**Vstup:** hodnoty  $k$  mincí  $m_1, m_2, \dots, m_k$  a cieľová suma  $X$  (všetko kladné celé čísla)

**Výstup:** najmenší počet mincí, ktoré potrebujeme na zaplatenie  $X$

**Príklad:**  $k = 3$ ,  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ,  $m_3 = 5$ ,  $X = 13$

## Problém platenia minimálnym počtom mincí

**Vstup:** hodnoty  $k$  mincí  $m_1, m_2, \dots, m_k$  a cieľová suma  $X$  (všetko kladné celé čísla)

**Výstup:** najmenší počet mincí, ktoré potrebujeme na zaplatenie  $X$

**Príklad:**  $k = 3, m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 5, X = 13$

**Príklad:**  $k = 3, m_1 = 1, m_2 = 3, m_3 = 4, X = 6$

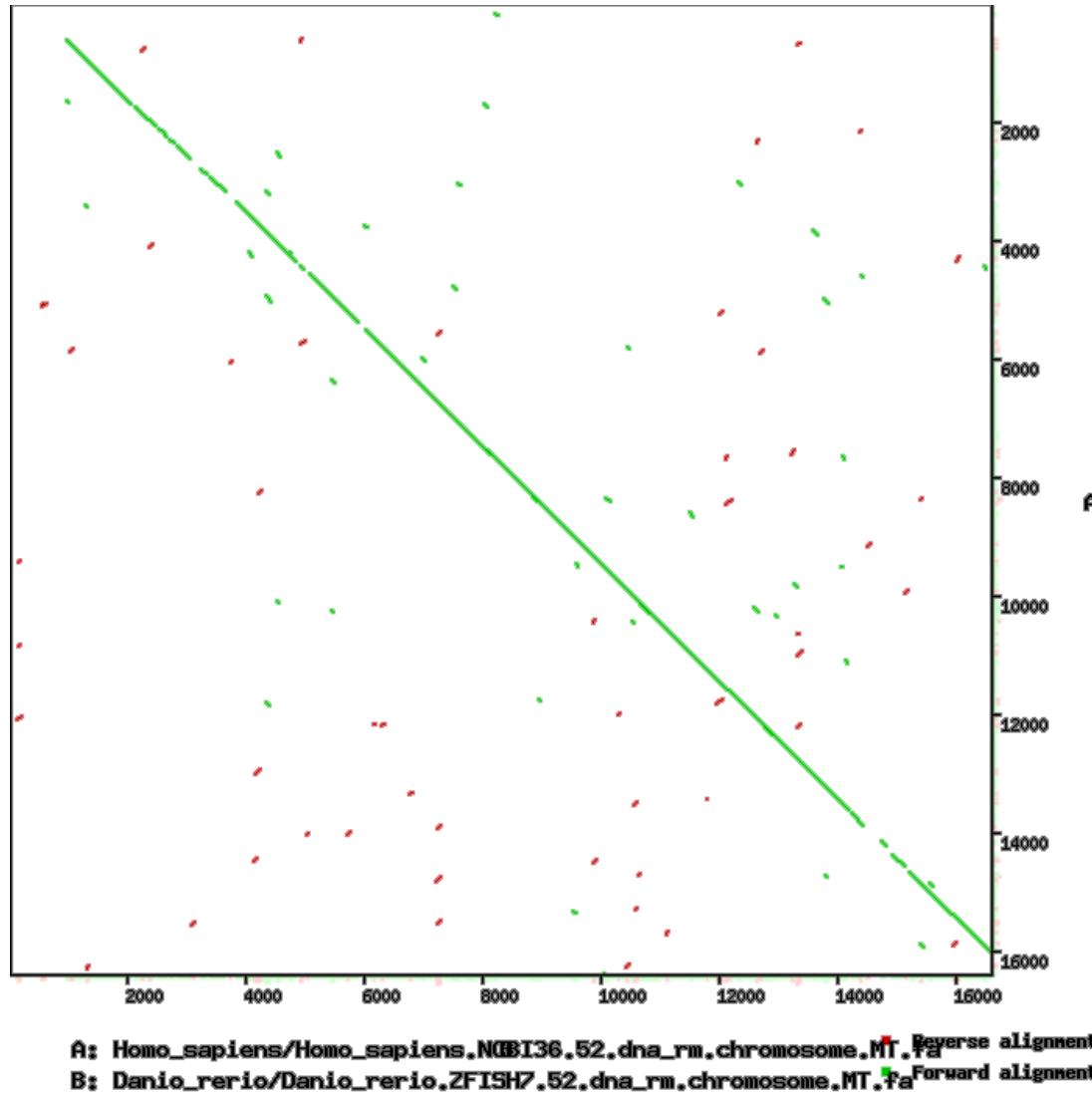
## Dynamické programovanie vo všeobecnosti

- Okrem riešenia celého problému riešime aj menšie problémy (nazývame ich podproblémy)
- Riešenia podproblémov ukladáme do tabuľky a používame pri riešení väčších podproblémov
- Technika dynamického programovania sa používa na viacero problémov v bioinformatike

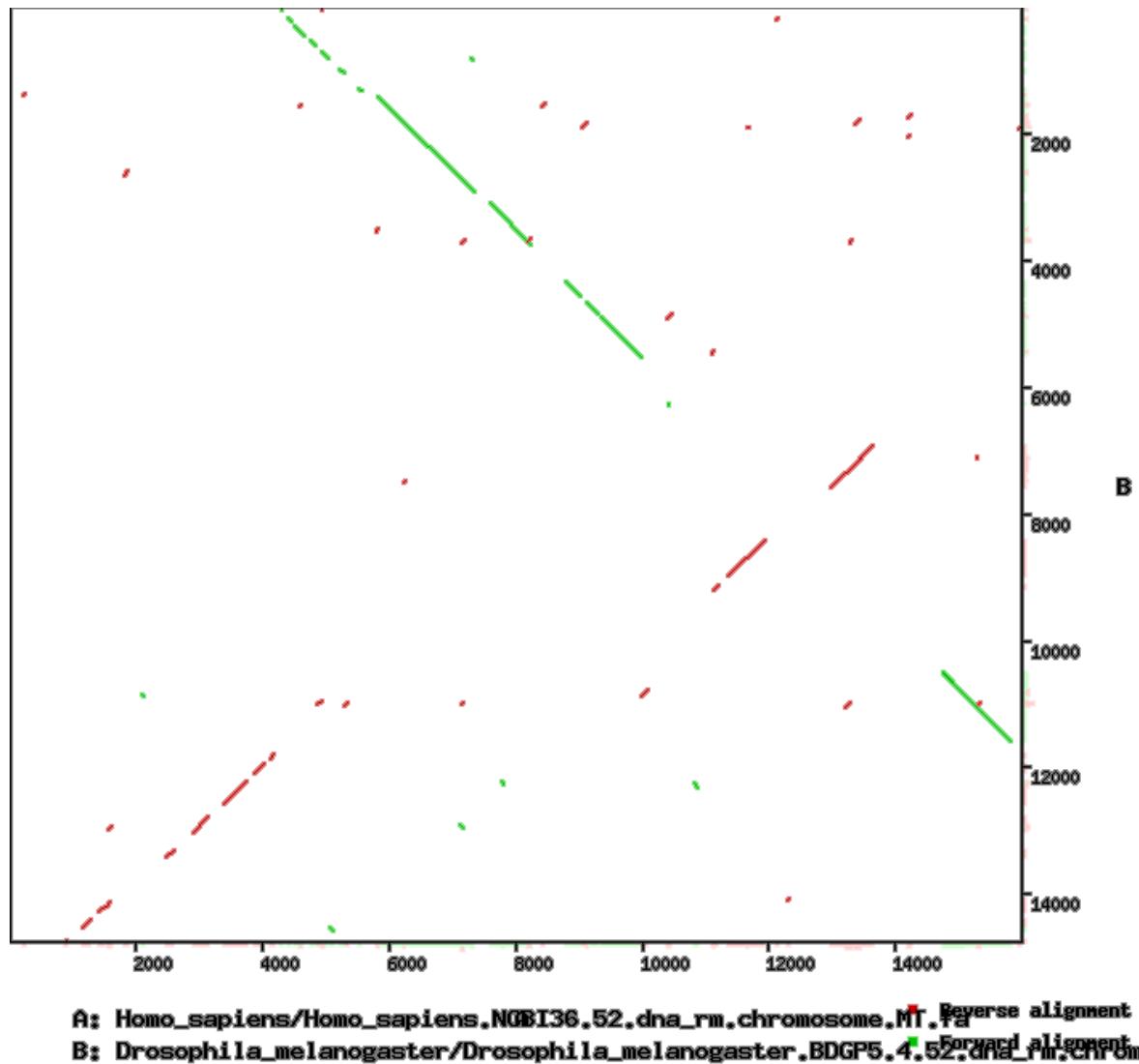
**Zarovnávanie sekvencí  
(cvičenie)**

**Broňa Brejová**  
**22.10.2015**

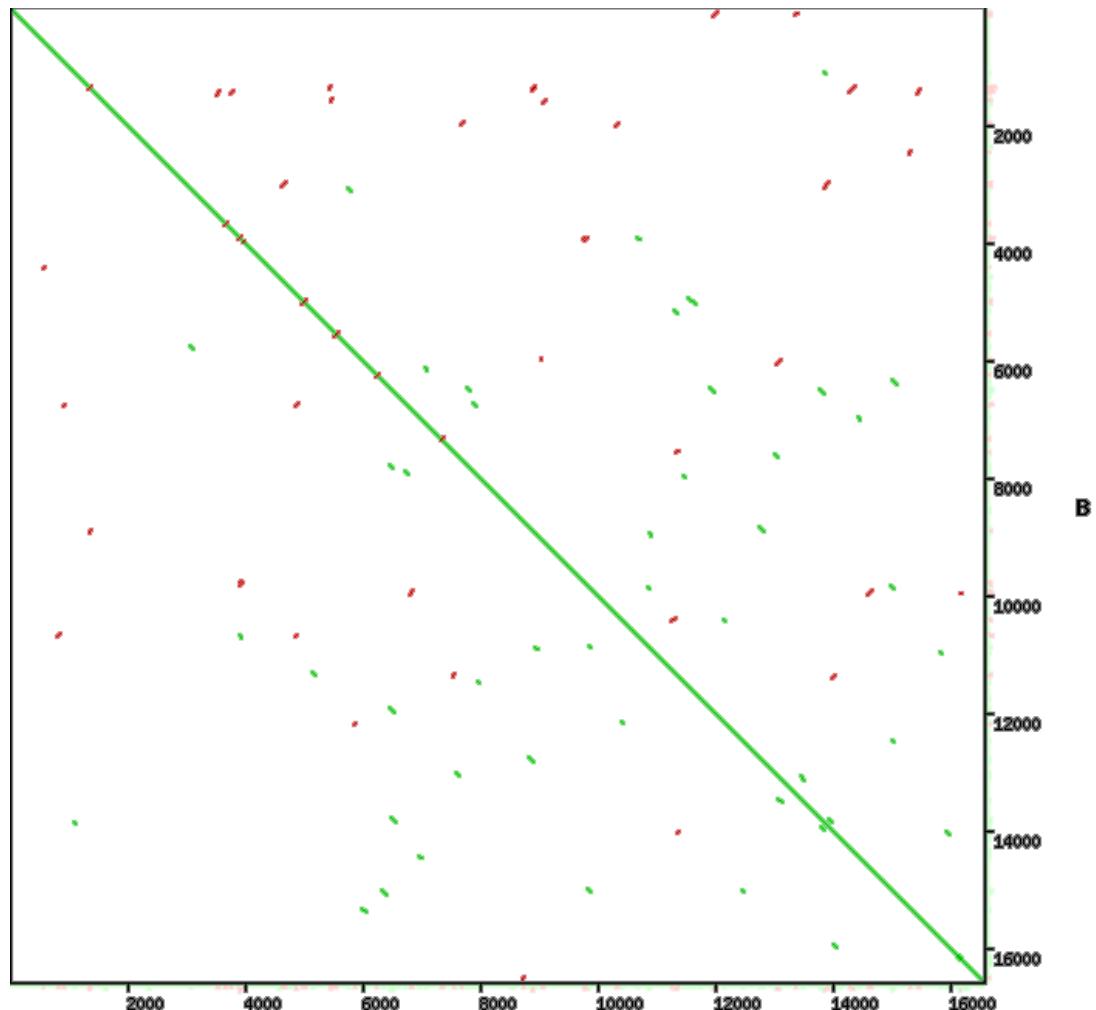
## Mitochondriálny genóm ľloveka vs. ryba *Danio rerio*



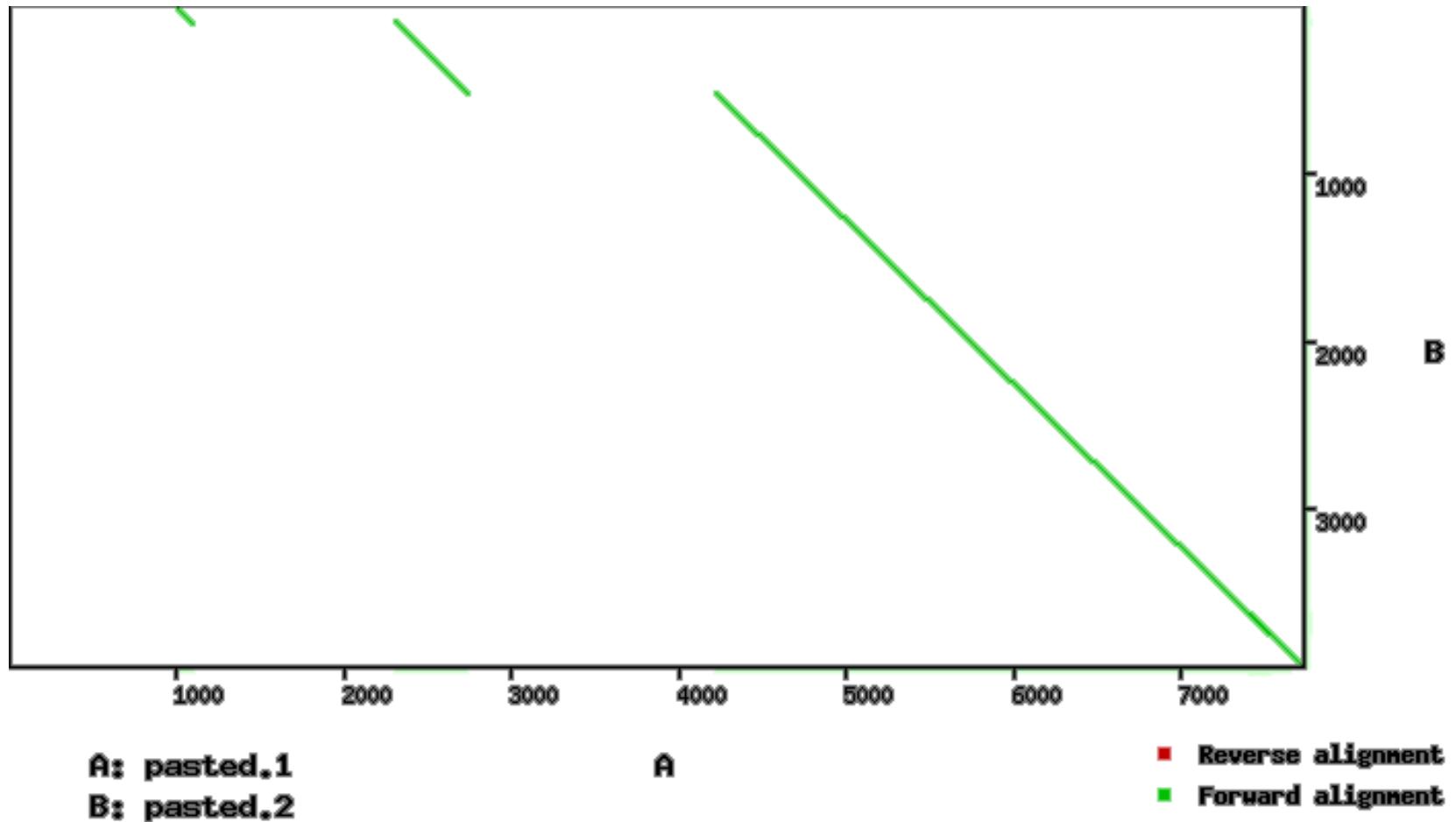
## Mitochondriálny genóm ľloveka vs. *Drosophila melanogaster*



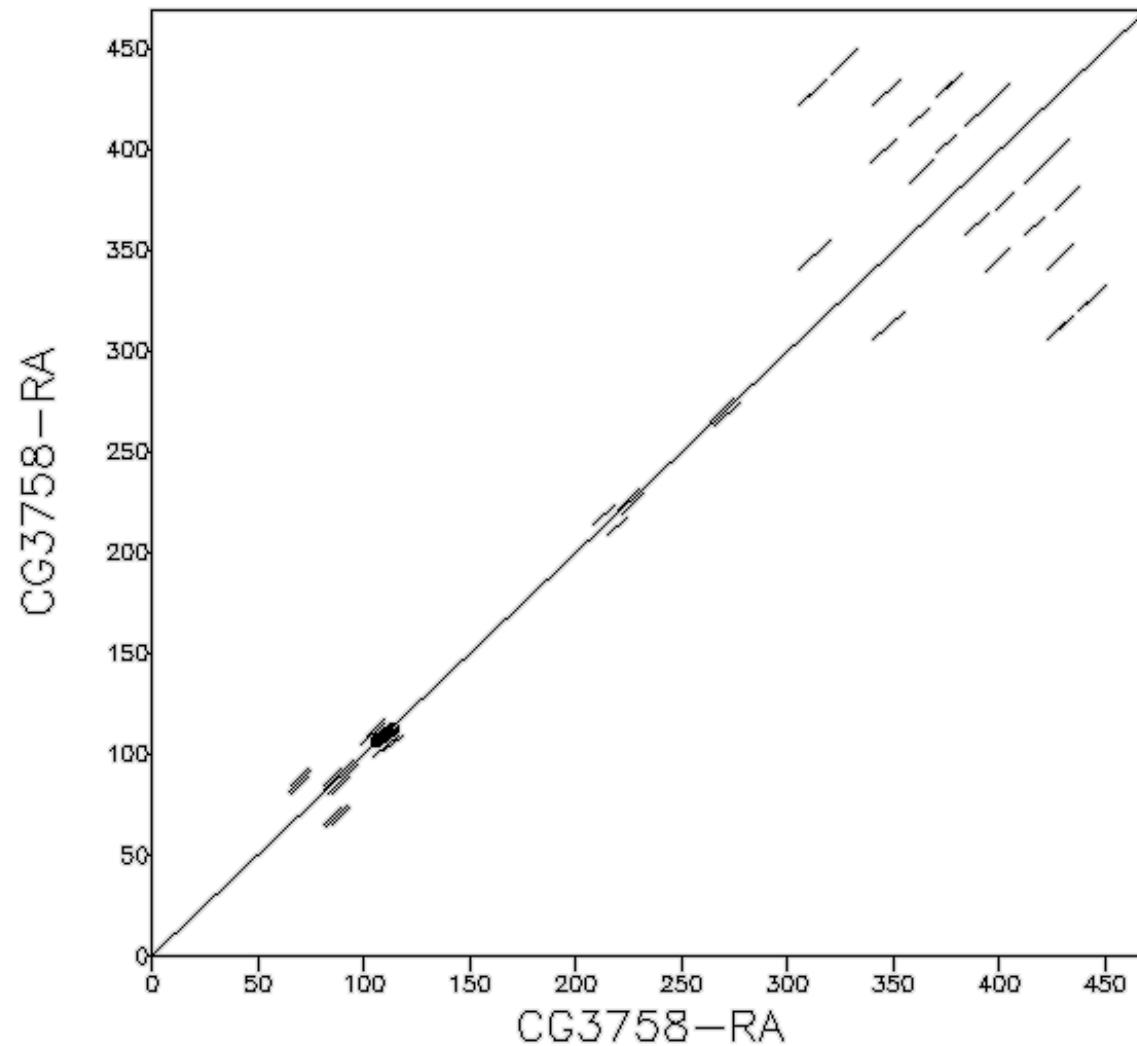
## Mitochondriálny genóm ľadovca vs. to isté



A: *Homo\_sapiens/Homo\_sapiens.NCBI36.52.dna\_rm.chromosome.MT.FA* Reverse alignment  
B: *Homo\_sapiens/Homo\_sapiens.NCBI36.52.dna\_rm.chromosome.MT.FA* Forward alignment



## Drosophila proteín Escargot zinc finger vs. to isté



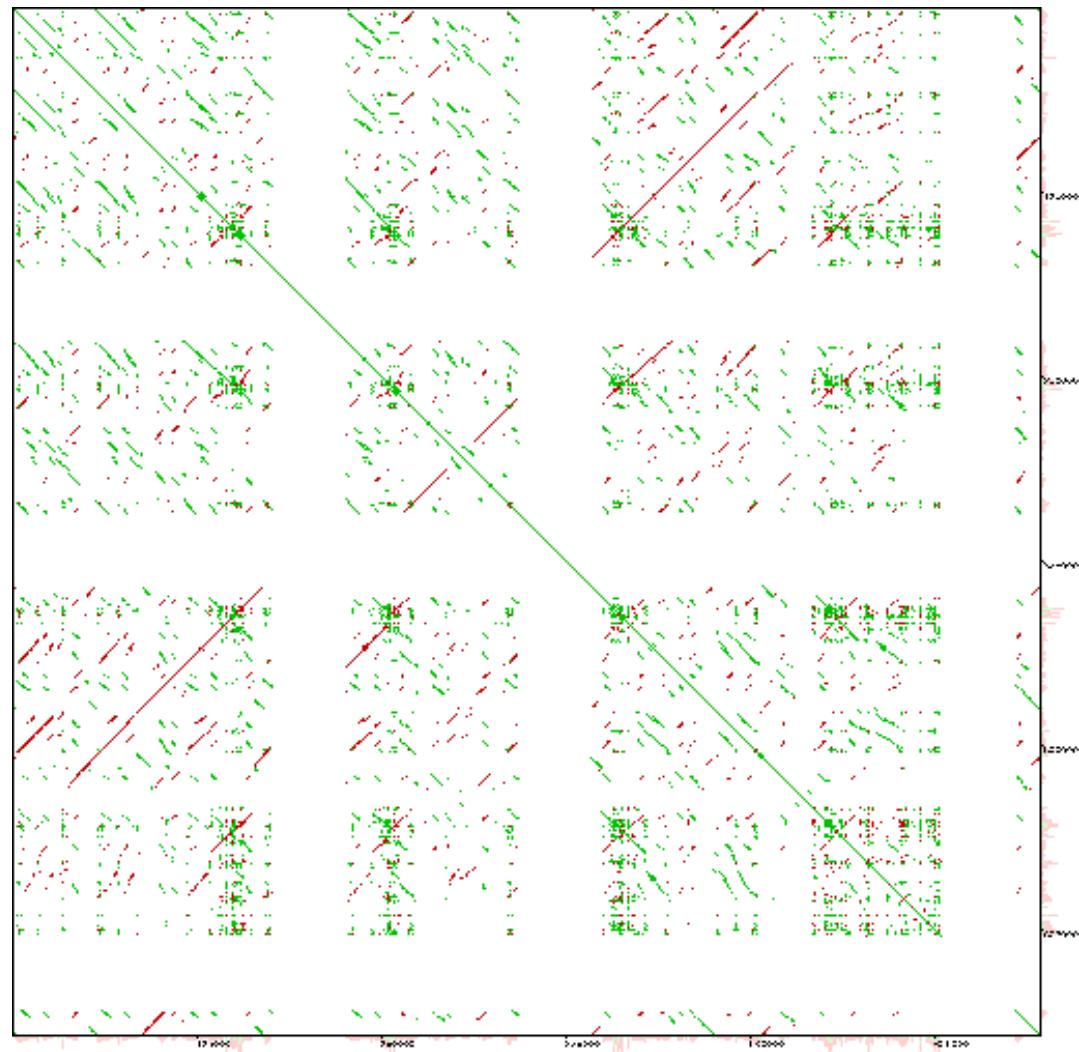
# Drosophila protein Escargot zinc finger

|                  |                                                                                                 |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Description:     | Protein escargot                                                                                |
| Source organism: | <a href="#">Drosophila melanogaster (Fruit fly)</a><br><a href="#">View Pfam proteome data.</a> |
| Length:          | 470 amino acids                                                                                 |

## Pfam domains



| Source         | Domain                       | Start | End |
|----------------|------------------------------|-------|-----|
| Pfam B         | <a href="#">Pfam-B_18487</a> | 8     | 270 |
| low_complexity |                              | 71    | 95  |
| low_complexity |                              | 101   | 129 |
| low_complexity |                              | 163   | 177 |
| low_complexity |                              | 244   | 263 |
| low_complexity |                              | 264   | 274 |
| Pfam A         | <a href="#">zf-C2H2</a>      | 309   | 332 |
| Pfam A         | <a href="#">zf-C2H2</a>      | 344   | 366 |
| Pfam A         | <a href="#">zf-C2H2</a>      | 370   | 392 |
| Pfam A         | <a href="#">zf-C2H2</a>      | 398   | 420 |
| low_complexity |                              | 445   | 460 |



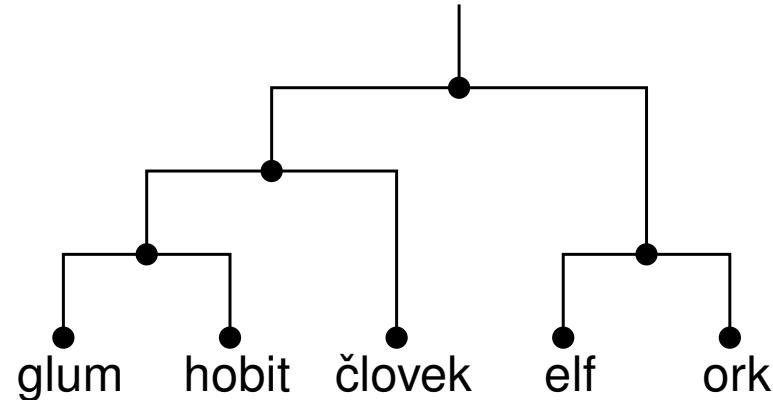
# **Fylogenetické stromy**

**Broňa Brejová**

**29.10.2015**

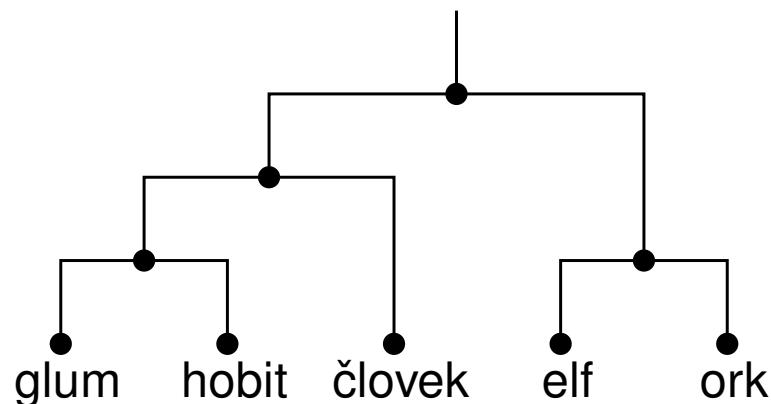
## Terminológia

- zakorenéný strom, rooted tree
- nezakorenéný strom, unrooted tree
- hrana, vetva, edge, branch
- vrchol, uzol, vertex, node
- list, leaf, leaf node, tip, terminal node
- vnútorný vrchol, internal node
- koreň, root
- podstrom, subtree, clade



## Zopár faktov o stromoch

- Majme zakorenený strom s  $n$  listami, v ktorom má každý vnútorný vrchol 2 deti. Takýto strom vždy má  $n - 1$  vnútorných vrcholov a  $2n - 2$  vetiev (prečo?)
- Majme nezakorenený strom s  $n$  listami, v ktorom má každý vnútorný vrchol 3 susedov. Takýto strom vždy má  $n - 2$  vnútorných vrcholov a  $2n - 3$  vetiev.
- Koľkými spôsobmi môžeme zakoreníť nezakorenený strom s  $n$  listami?

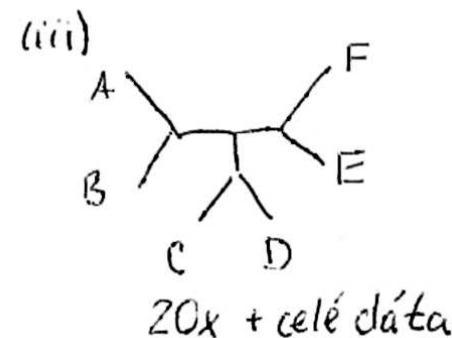
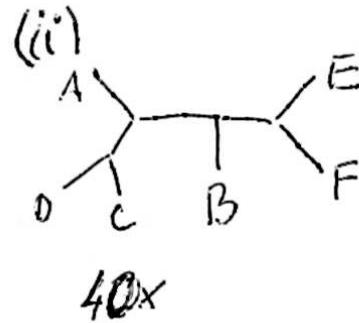
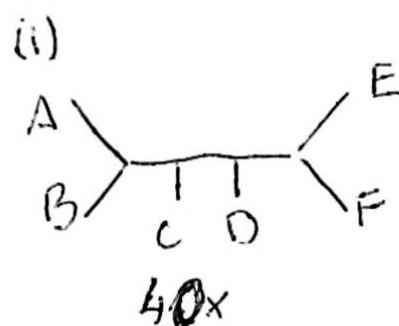


## Bootstrap

- Náhodne vyberieme niektoré stĺpce zarovnania, zostrojíme strom
- Celé to opakujeme veľa krát
- Značíme si, kol'kokrát sa ktorá hrana opakuje v stromoch  
(v nezakorenennom strome je hrana rozdelenie listov na dve skupiny)
- Nakoniec zostavíme strom z celých dát a pozrieme sa ako často sa ktorá jeho hrana vyskytovala
- Môžeme zostaviť aj strom z často sa vyskytujúcich hrán
- Bootstrap hodnoty sú odhadom spoločalivosti, hlavne ak máme celkovo málo dát (krátke zarovnanie)
- Ak však dáta nezodpovedajú vybranej metóde/modelu, tak aj pre zlý strom môžeme dostať vysoký bootstrap

## Bootstrap

Robili sme  $100 \times$  bootstrap, dostali sme tieto výsledky:



Doplňte bootstrap hodnoty hranám výsledného stromu (iii)

Ktoré ďalšie vetvy majú podporu aspoň 20%?

Aký strom by sme dostali, ak by sme chceli nechat' iba vetvy s podporou aspoň 80%?

# **Pravdepodobnosť a E-value (cvičenie)**

**Broňa Brejová**  
**12.11.2015**

## Hračkársky prípad

Dotaz: ATGT (dĺžka  $m = 4$ )

Databáza: (dĺžka  $n = 200$ )

tatattgttaacgaaggagtattacagttccaactttcccaaaATGTggg  
tgaaggttaatattcgcaacgtgtcggtctgattgacattatattga  
gataccatgcggccctgactgttcataccctggcgtcattaagcgttg  
taggatctaaaatatgccatgaaactatTTTgatttatatagtggcg

Presná zhoda - lokálne zarovnanie so skóre  $S = 4$

E-value: kol'ko očakávame lokálnych zarovnaní so skóre aspoň  $S$  v náhodnej databáze dĺžky  $n$  pri náhodnom dotaze dĺžky  $m$

## Náhodný dotaz a dazabáza

$m = 4$ ,  $n = 200$ , obsah GC 40%

Dotaz: ATTT

Databáza:

tacatagatacattacatacataaaatggggtacaggaatatcaacaattc  
tccatggtgaaaaaaATTTacgtgttaggaATTcggtatgttcaattatgt  
catcaaacatatgcgtgtcgattgaaactaaaattcaaccagcacgatta  
tcgagataaatatggttgatattccacatgctacgacggcatatacccta

Počet výskytov: 2

## Náhodný dotaz a dazabáza

$m = 4$ ,  $n = 200$ , obsah GC 40%

Dotaz: GCTG

Databáza:

```
ccagtatttttagaccgcgtcattcaaggctactcgtaatggattgac  
tccgtcctaaaataaccgtacatgatagcgcgactcaagtgtatcggtta  
ataactcaatcacttaactgatatctgctacgacaacttacacctgacacac  
tgttttctaagacatgatattgagtcgtccatgcgtggattctagccaggaa
```

Počet výskytov: 0

## Náhodný dotaz a dazabáza

$m = 4$ ,  $n = 200$ , obsah GC 40%

Dotaz: ATTT

Databáza:

ttaatcgctgcattccggaagcaaattggctcccgcttgagaatctctaaat  
ctccttgattggctgtctacatgaaacaaggcgctcagaaagttgtATT  
TgttactaagtggctttcctaattcgctttgccgaccgctATTtcc  
acacatctcatgaattcctgtcacgatatgtgattcgctaccataaaca

Počet výskytov: 2

## Náhodný dotaz a dazabáza

$m = 4$ ,  $n = 200$ , obsah GC 40%

Dotaz: CATC

Databáza:

```
cttgtcactactatgatgccgcccaatgtacgattCATCataggacgtaa  
cgacttagagtatcgcgctagattcctcaacacttgattacacgtctat  
gtctcattttctccgtgtatacgctaatgacacagggagaCATCtta  
atacctgtacaccgttagtataaccacaataaaaaaccagtgattaaatg
```

Počet výskytov: 2

## Náhodný dotaz a dazabáza

$m = 4$ ,  $n = 200$ , obsah GC 40%

Dotaz: ATTA

Databáza:

ggacaacgttcgcggtaaatcaactgtgaatactcttctttatagatc  
atagaatctagaagggtgaatttgacataaccaccccttttaacggcggtta  
aactacgatataaagttctaagctaacaactaatagttaaccatgaggca  
tttaactcagaaatggggacgtggcggtccaaaatcgagatataagt

Počet výskytov: 0

## Celkovo opakujeme 100 krát

$m = 4$ ,  $n = 200$ , obsah GC 40%

Počet výskytov: 2, 0, 2, 2, 0, 1, 0, 3, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 2, 2, 2, 2,  
1, 1, 1, 1, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 3, 1, 3, 0, 1, 1, 1, 4, 0, 2, 2, 0, 1, 2, 0,  
1, 3, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 2, 2, 1, 0, 0, 2, 0, 1, 2, 0, 3, 1, 1, 1, 2, 4, 1,  
1, 0, 0, 2, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 2, 0, 0, 1, 0, 3, 2, 1, 1, 3, 0, 0, 0

Priemerný počet výskytov: 1.05

Ked' celé opakujeme viackrát, dostávame hodnoty 0.99, 1.05, 0.86,  
0.99, 0.88, 0.79, ...

Správna hodnota E-value: 0.90

## Cvičenia pre biológov, 12.11.2015

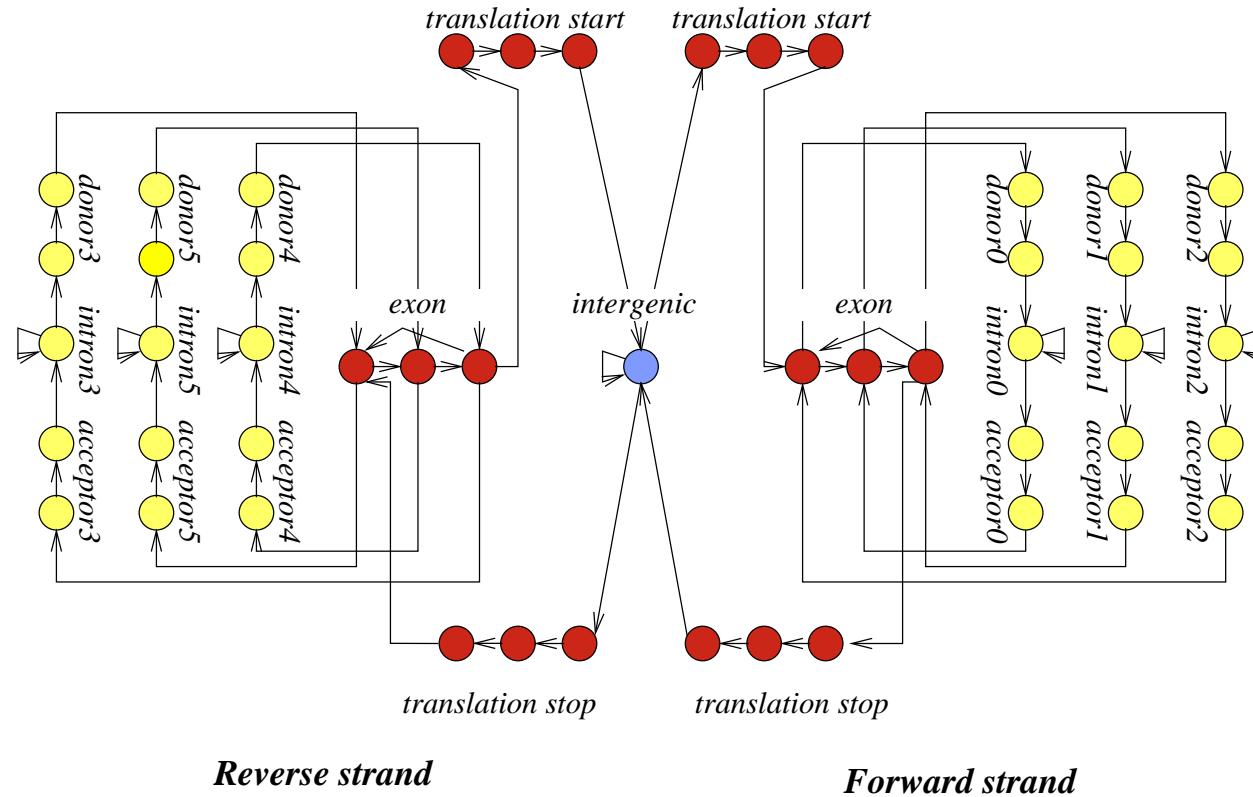
- E-value
- Prokaryotické gény
- Histónové modifikácie
- Gény v ľudskom genóme
- Objavenie génu HAR1 pomocou komparatívnej genomiky

### Praktické cvičenie

- Gény a komparatívna genomika v UCSC genome browseri

## Hľadanie prokaryotických génov

### HMM pre eukaryotické gény:



**Prokaryotické gény jednoduchšie:** zväčša nemajú intróny

## Hľadanie prokaryotických génov

**ORF:** open reading frame, otvorený čítací rámec

- hľadanie ORFov je ľahké
- problémy:
  - ako nájst' začiatok,
  - ako rozlíšiť pseudogény a náhodné ORF-y

## Anotácia prokaryotických génov nie je triviálny problém

- E.coli sekvenovaná a anotovaná 1997
- Porovnanie s verziou 2005 (4464 génov) [Riley et al NAR 2005]  
(oprava sekvenovacích chýb aj chýb v anotácii)
  - 682 zmien v štart kodóne
  - 31 génov zrušených
  - 48 nových génov

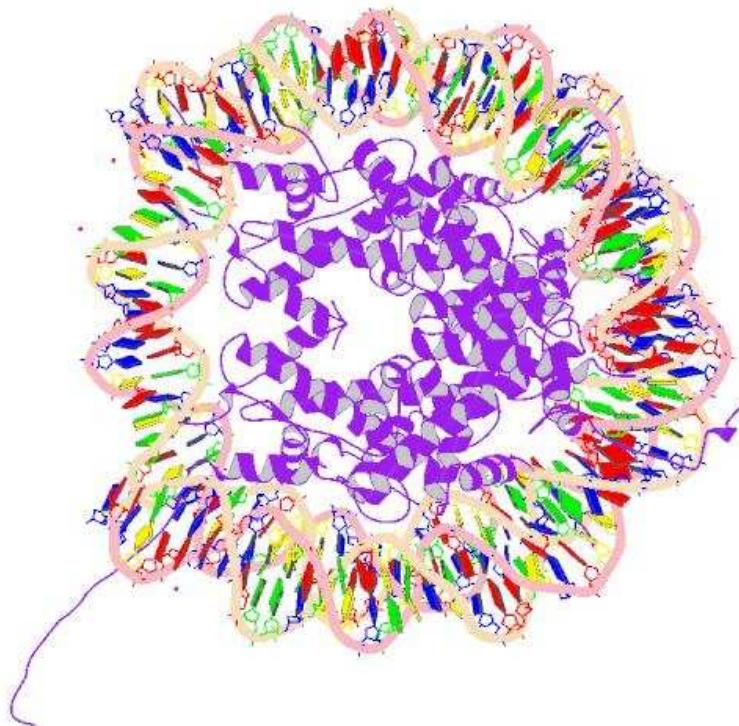
## Hľadanie génov

Ideálne kombinácia výpočtových modelov a experimentálnej informácie

- Sekvenovanie EST/cDNA; RT-PCR
- Metódy na detekciu proteínov
- Komparatívna genomika
- Stav chromatinu, histónové modifikácie

## Históny a nukleozómy

- DNA v chromozónoch ovinutá okolo nukleozómov pozostávajúcich z histónov H2A, H2B, H3, H4
- 146 báz ovinutých okolo nukleozómu, cca 50 báz medzi nukleozómami

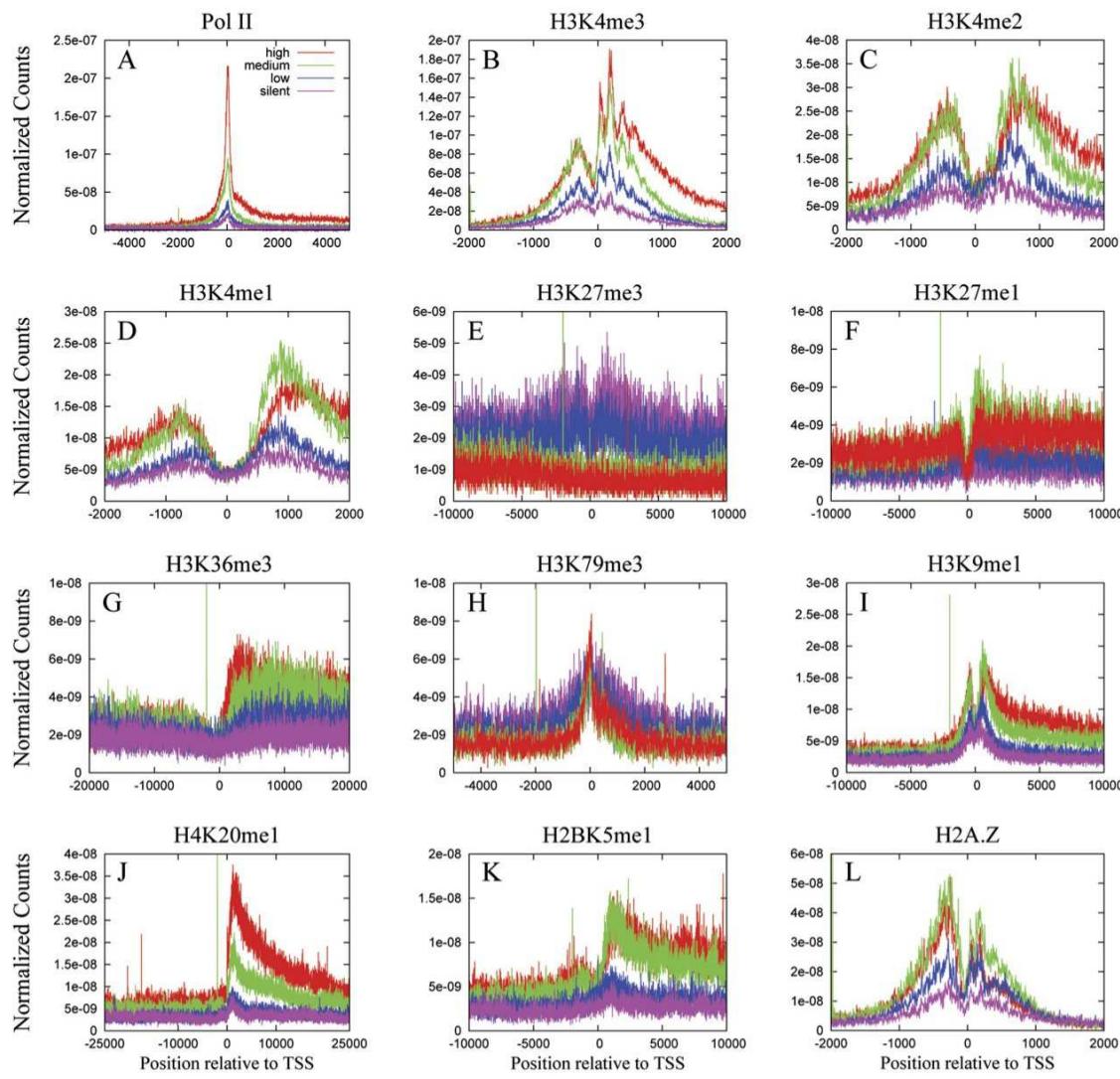


## Histónové modifikácie

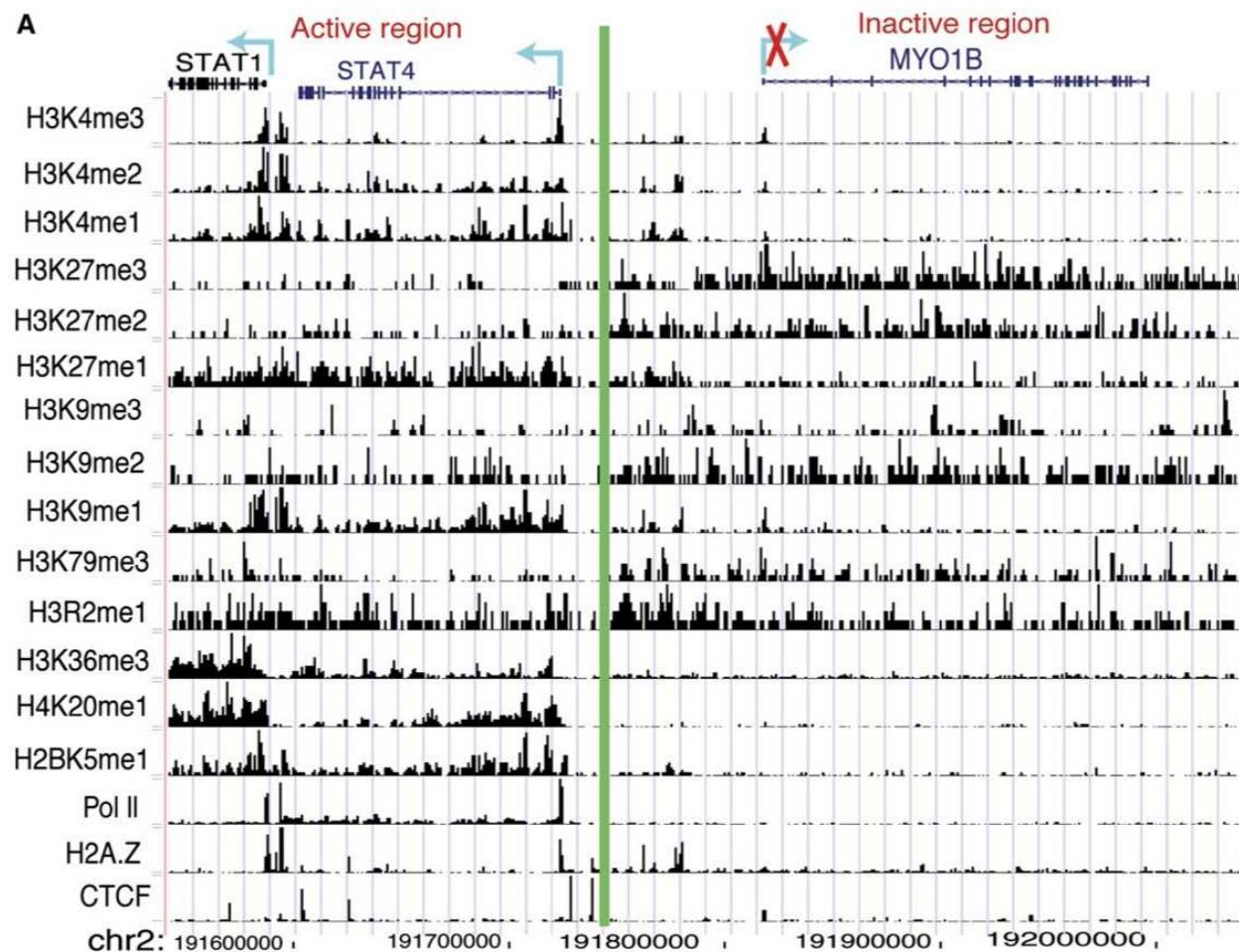
- Posttranslačné modifikácie, napr. metylácia
- Oznáčenie napr. H3K4me1 je (mono-)metylácia štvrtnej amino kyseliny (lyzínu) v proteíne H3

## Zisťovanie v genóme

- Enzýmom nasekáme DNA medzi nukleozómami
- Nukleozómy s danou modifikáciou extrahujeme pomocou protilátky (chromatin immunoprecipitation, ChIP)
- Extrahovanú DNA identifikujeme pomocou microarray alebo sekvenovaním a mapovaním na genóm (ChIP-chip alebo ChIP-seq)



Priemerné profily okolo začiatku transkripcie, Barski et al 2007

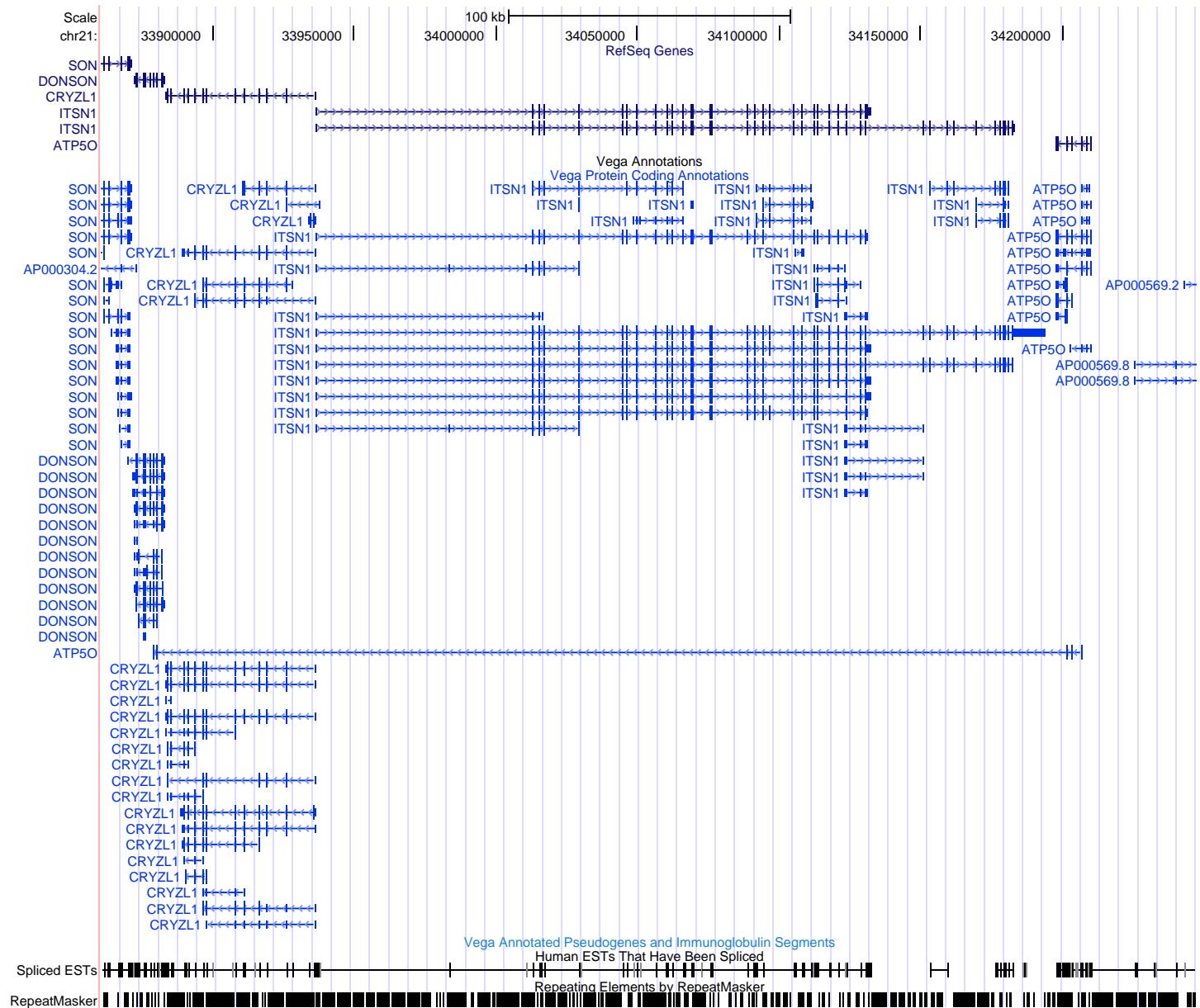


Konkrétné gény, Barski et al, The Cell, 2007

## ENCODE

- ENCODE pilot: podrobne preskúmať 1% ľudského genómu 2007
- ENCODE 2. fáza: rozšírenie na celý genóm, 2012
- Zistili, že väčšina báz ľudského genómu transkribovaná
- Veľa transkriptov nekódujúcich proteíny, prekrývajúce sa transkripty
- Veľa začiatkov transkripcie, alternatívnych transkriptov

**Príklad:** Kúsok ENCODE regiónu, chr21:33,860,819-34,247,408  
transkript spájajúci DONSON a ATP50



## Objavenie génu HAR1 pomocou komparatívnej genomiky

Hľadáme úseky genómu, ktoré sa:

- dlho vyvíjali pomaly (purifikačná selekcia)
- v človeku sa vyvíjajú prekvapivo pomaly (pozitívna selekcia)

Postup: [Pollard et al. (2006) Nature]

- Všetky regióny dĺžky  $\geq 100$  s  $> 96\%$  podobnosťou medzi šimpanzom a myšou/potkanom (35,000)
- Porovnali s ostatnými cicavcami, zistili, ktoré majú veľa mutácií v človeku, ale málo inde (pravdepodobnostný model)
- 49 štatisticky významných regiónov, 96% v nekódujúcich oblastiach
- Štatisticky najvýznamnejší HAR1 (Human Accelerated Region)

## Human Accelerated Regions: HAR1

Oblast' dĺžky 118 báz

18 zmien medzi človekom a šimpanzom, 2 zmeny medzi šimpanzom a sliepkou

|         |                                                                                                     |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Clovek  | C T G A A A T G A T G G G C G T A G A C G C A C G T C A G C G G C G G A A A T G G T T T C T A T C A |
| Simpanz | C T G A A A T T A T A G G T G T A G A C A C A T G T C A G C A G T G G A A A T A G T T T C T A T C A |
| Gorila  | C T G A A A T T A T A G G T G T A G A C A C A T G T C A G C A G T G G A A A T A G T T T C T A T C A |
| Rezus   | C T G A A A T T A T A G G T G T A G A C A C A T G T C A G C A G T G G A A A T A G T T T C T A T C A |
| Mys     | C T G A A A T T A T A G G T G T A G A C A C A T G T C A G C C G T G G A A A T G G T T T C T A T C A |
| Krava   | C T G A A A T T A T A G G T G T A G A C A C A T G T C A G C A G T G G A A A C C G T T T C T A T C A |
| Pes     | C T G A A A T T A T A G G T G T A G A C A C A T G T C A G C G G T G C A A A C A G T T T C T A T C A |
| Slepka  | C T G A A A T T A T A G G T G T A G A C A C A T G T C A G C A G T A G A A A C A G T T T C T A T C A |

- Prekrývajúce sa RNA gény HAR1R a HAR1F
- HAR1F je exprimovaný v neokortexe u 7 a 9 týždenných embrií, neskôr aj v iných častiach mozgu (u človeka aj iných primátov)
- Všetky substitúcie v človeku A/T->C/G, stabilnejšia RNA štruktúra (ale tiež sú blízko k telomére, kde takéto mutácie časté)

# K-means clustering

Broňa Brejová

19.11.2015

## Formulácia problému

**Vstup:**  $n$ -rozmerné vektory  $x_1, x_2, \dots, x_t$  a počet zhlukov  $k$

**Výstup:** Rozdelenie vektorov do  $k$  zhlukov:

- priradenie vstupných vektorov do zhlukov zapísané ako čísla  $c_1, c_2, \dots, c_t$ , kde  $c_i \in \{1, 2, \dots, k\}$  je číslo zhluku pre  $x_i$
- centrum každého zhluku, t.j.  $n$ -rozmerné vektory  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$

Hodnoty  $c_1, \dots, c_t$  a  $\mu_1, \dots, \mu_k$  volíme tak, aby sme minimalizovali súčet štvorcov vzdialenosí od každého vektoru k centru jeho zhluku:

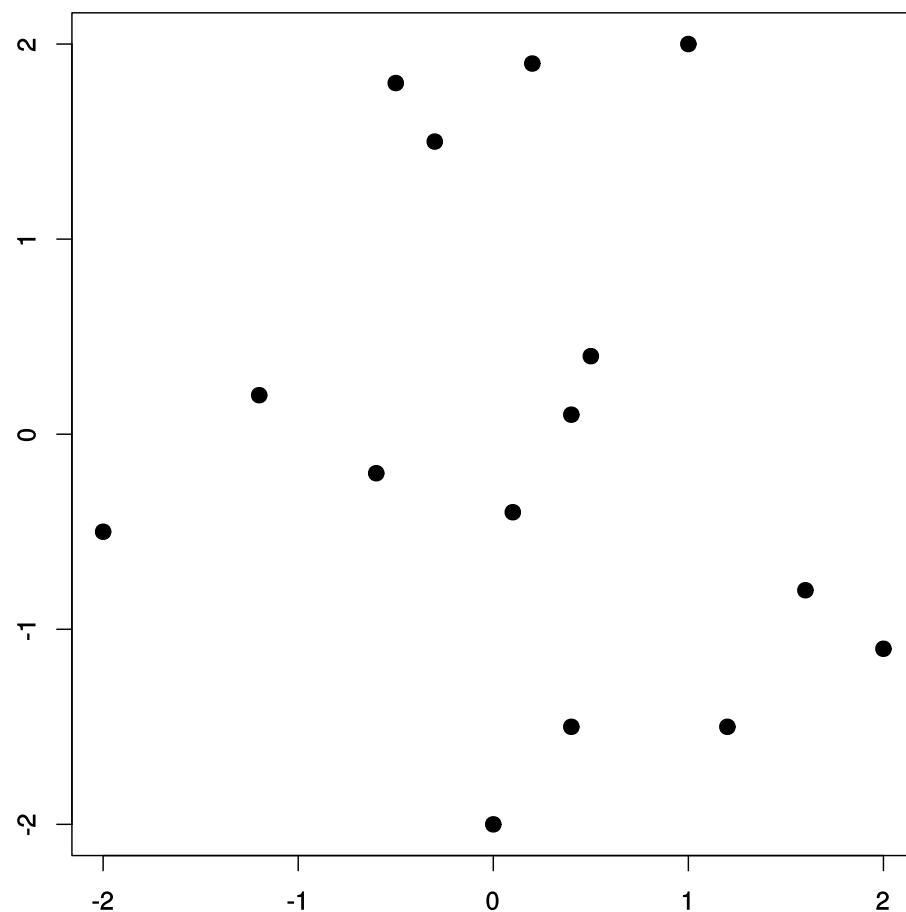
$$\sum_{i=1}^t \|x_i - \mu_{c_i}\|_2^2$$

Pre vektory  $a = (a_1, \dots, a_n)$  a  $b = (b_1, \dots, b_n)$  je druhá mocnina vzdialenosí  $\|a - b\|_2^2 = \sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2$

## Príklad vstupu

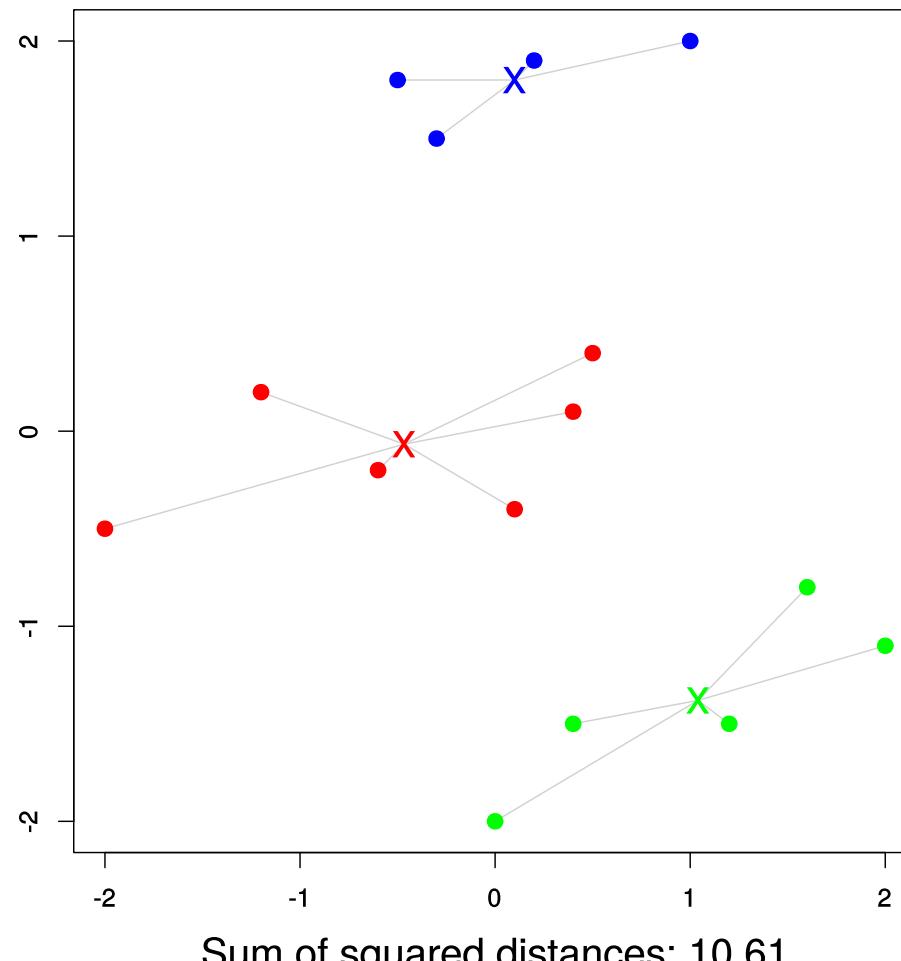
|          |       |       |
|----------|-------|-------|
| $x_1$    | -2.00 | -0.50 |
| $x_2$    | -1.20 | 0.20  |
| $x_3$    | -0.60 | -0.20 |
| $x_4$    | -0.50 | 1.80  |
| $x_5$    | -0.30 | 1.50  |
| $x_6$    | 0.00  | -2.00 |
| $x_7$    | 0.10  | -0.40 |
| $x_8$    | 0.20  | 1.90  |
| $x_9$    | 0.40  | 0.10  |
| $x_{10}$ | 0.40  | -1.50 |
| $x_{11}$ | 0.50  | 0.40  |
| $x_{12}$ | 1.00  | 2.00  |
| $x_{13}$ | 1.20  | -1.50 |
| $x_{14}$ | 1.60  | -0.80 |
| $x_{15}$ | 2.00  | -1.10 |

$$k = 3$$



## Príklad výstupu

|          |       |       |   |
|----------|-------|-------|---|
| $x_1$    | -2.00 | -0.50 | 1 |
| $x_2$    | -1.20 | 0.20  | 1 |
| $x_3$    | -0.60 | -0.20 | 1 |
| $x_4$    | -0.50 | 1.80  | 3 |
| $x_5$    | -0.30 | 1.50  | 3 |
| $x_6$    | 0.00  | -2.00 | 2 |
| $x_7$    | 0.10  | -0.40 | 1 |
| $x_8$    | 0.20  | 1.90  | 3 |
| $x_9$    | 0.40  | 0.10  | 1 |
| $x_{10}$ | 0.40  | -1.50 | 2 |
| $x_{11}$ | 0.50  | 0.40  | 1 |
| $x_{12}$ | 1.00  | 2.00  | 3 |
| $x_{13}$ | 1.20  | -1.50 | 2 |
| $x_{14}$ | 1.60  | -0.80 | 2 |
| $x_{15}$ | 2.00  | -1.10 | 2 |
| $\mu_1$  | -0.47 | -0.07 |   |
| $\mu_2$  | 1.04  | -1.38 |   |
| $\mu_3$  | 0.10  | 1.80  |   |



## Algoritmus

Heuristika, ktorá nenájde vždy najlepšie zhlukovanie.

Začne z nejakého zhlukovania a postupne ho zlepšuje.

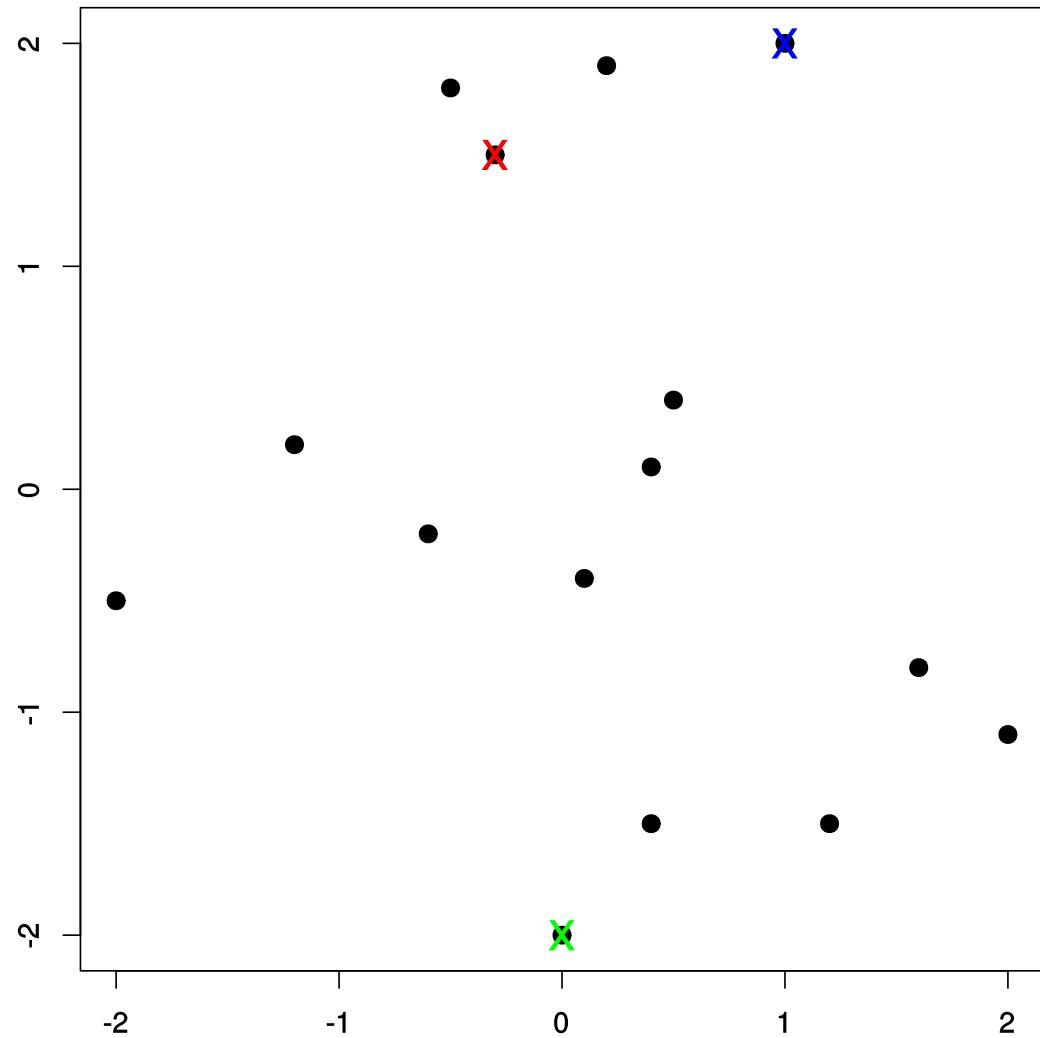
### I inicializácia:

náhodne vyber  $k$  centier  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$  spomedzi vstupných vektorov

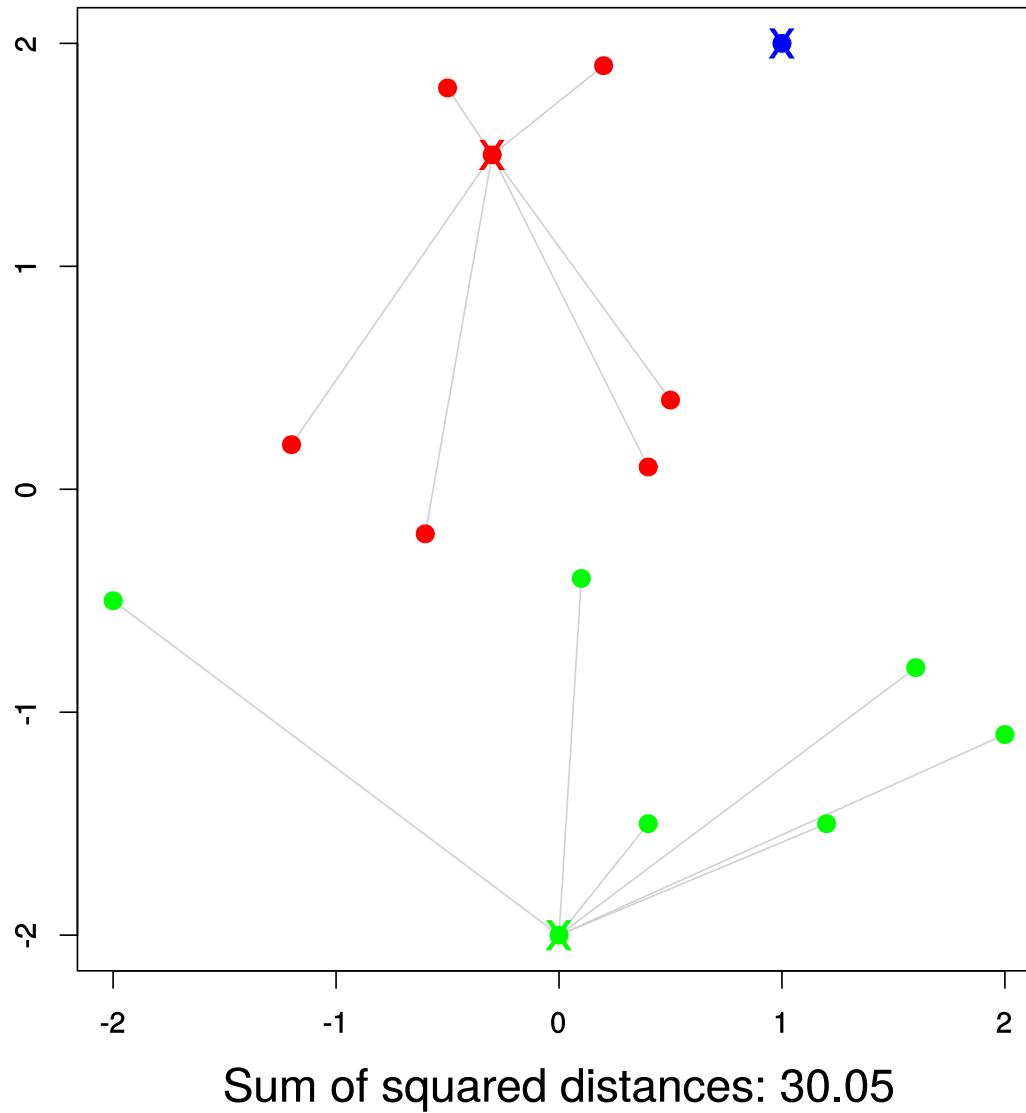
### Opakuj, kým sa niečo mení:

- prirad' každý bod najbližšiemu centru:  $c_i = \arg \min_j \|x_i - \mu_j\|_2$
- vypočítaj nové centroidy:  $\mu_j$  bude priemerom (po zložkách) z vektorov  $x_i$ , pre ktoré  $c_i = j$

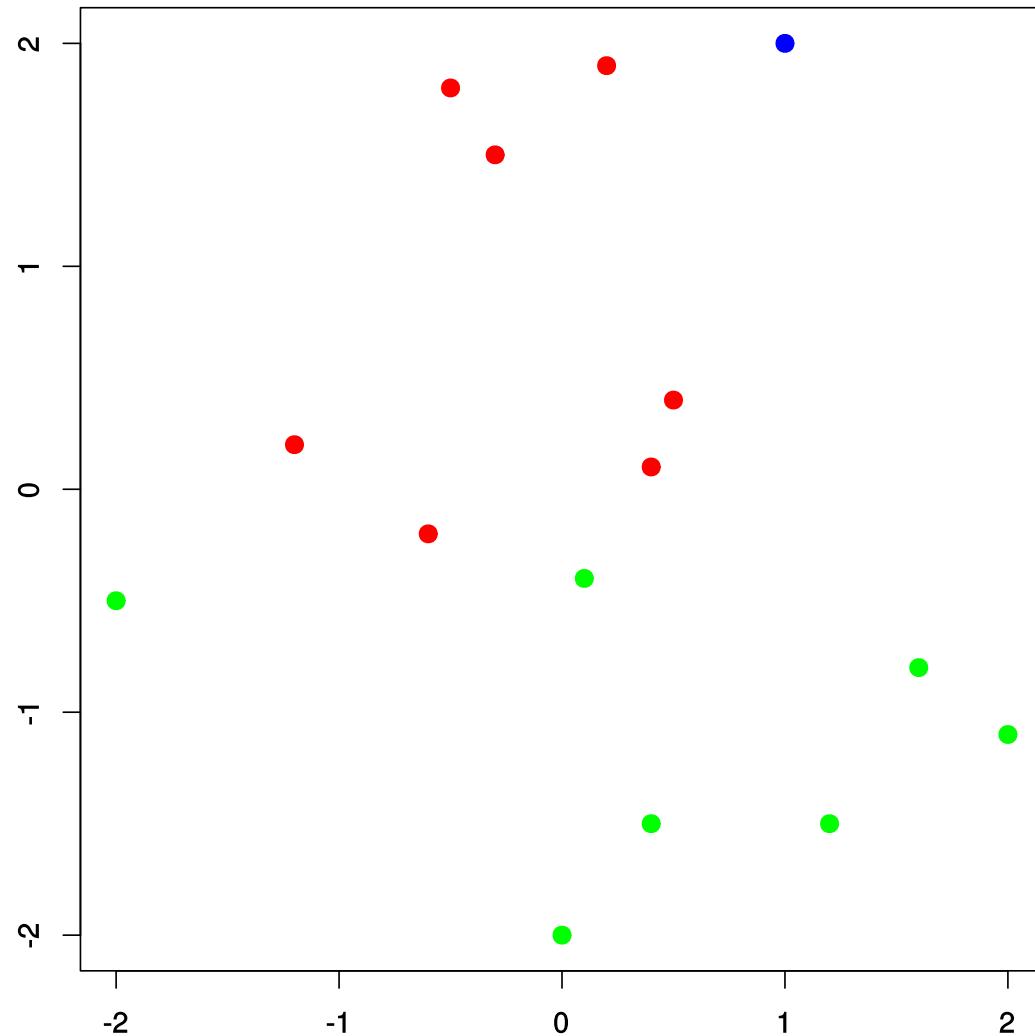
Zvolíme náhodné centrá  $\mu_i$



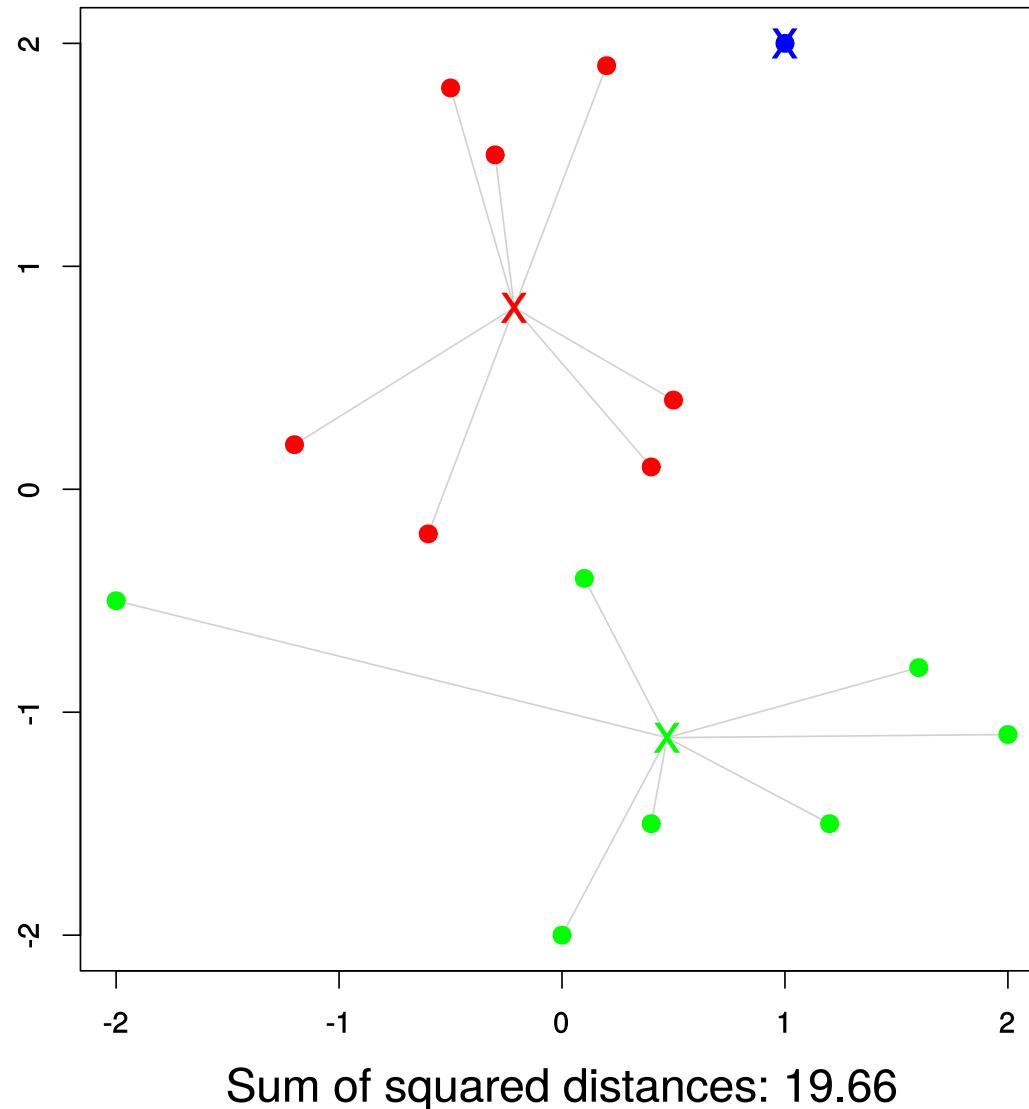
Vektory priradíme do zhlukov (hodnoty  $c_i$ )



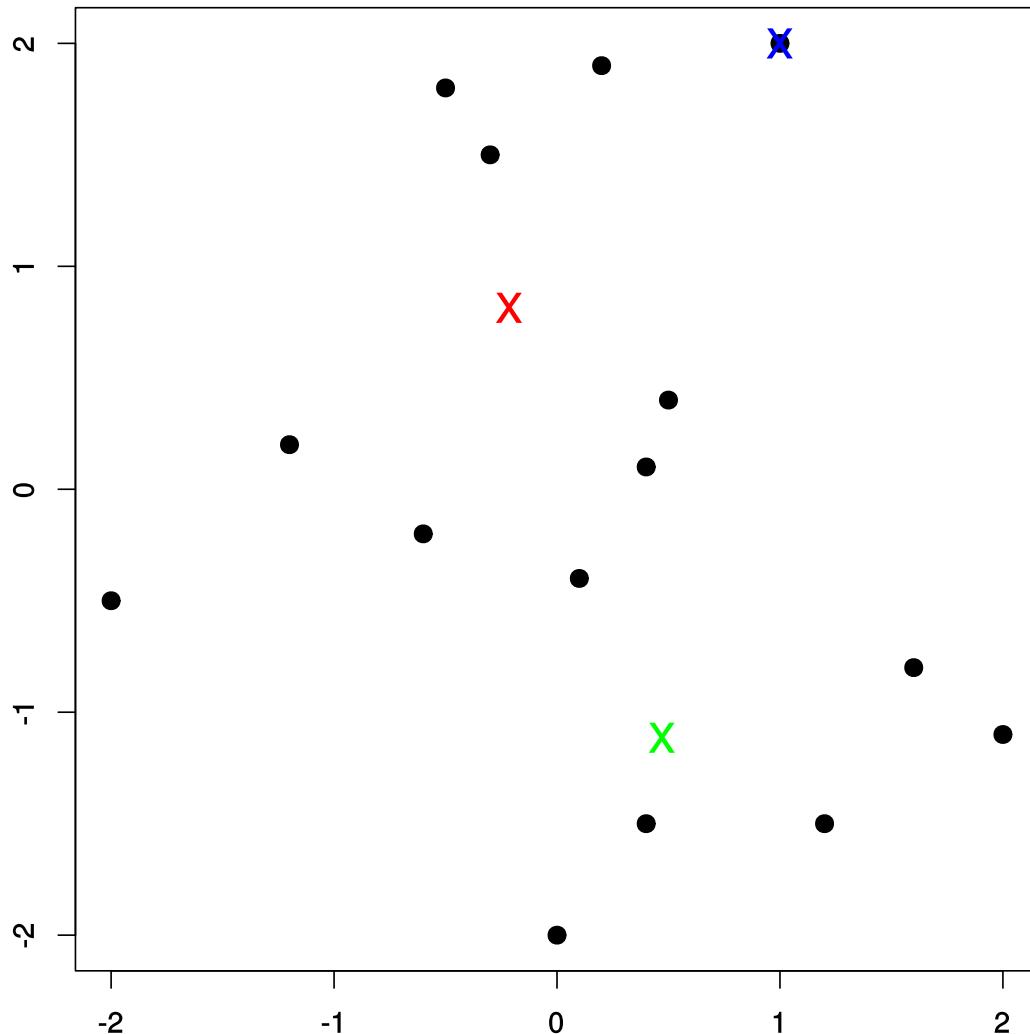
Zabudneme  $\mu_i$



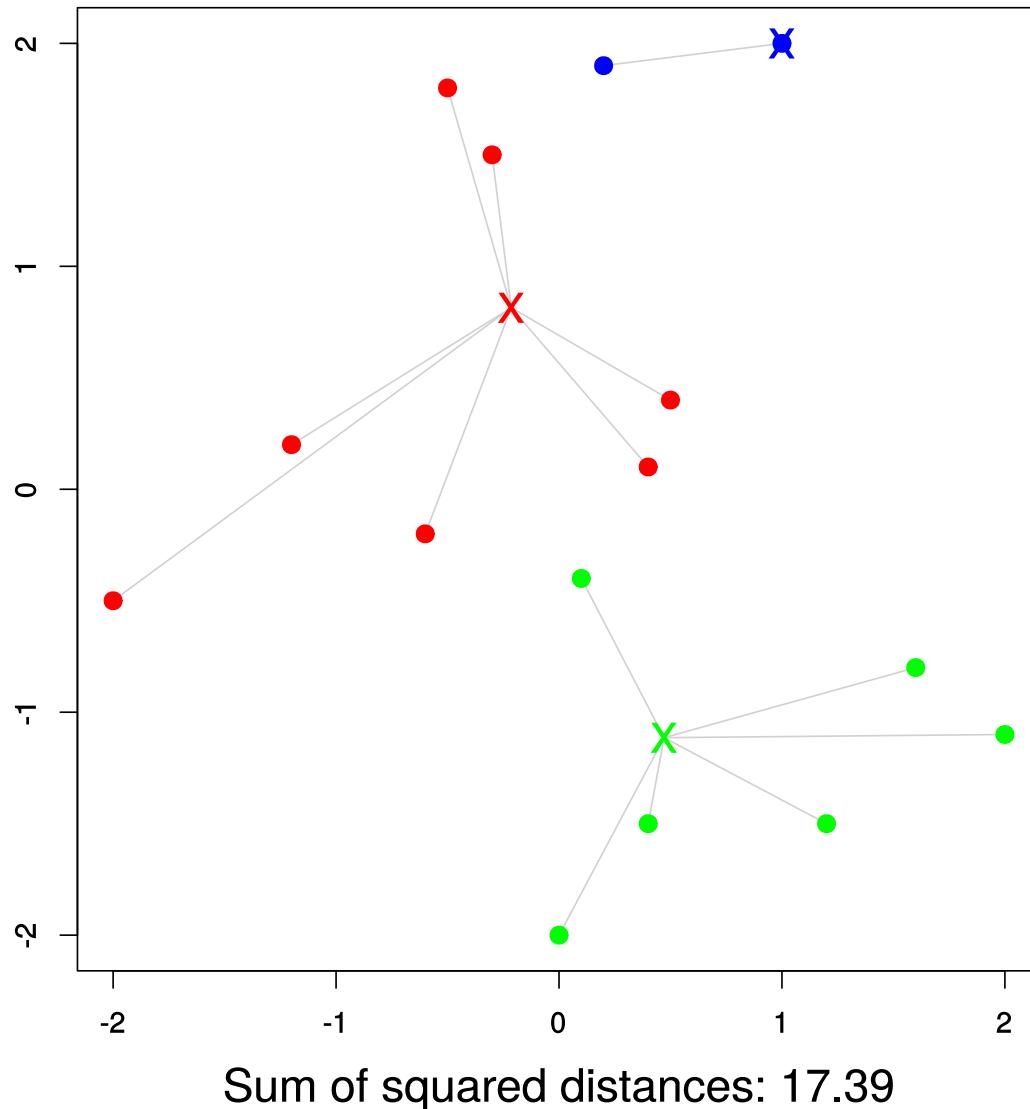
Dopocítame nové  $\mu_i$  (suma klesla z 30.05 na 19.66)



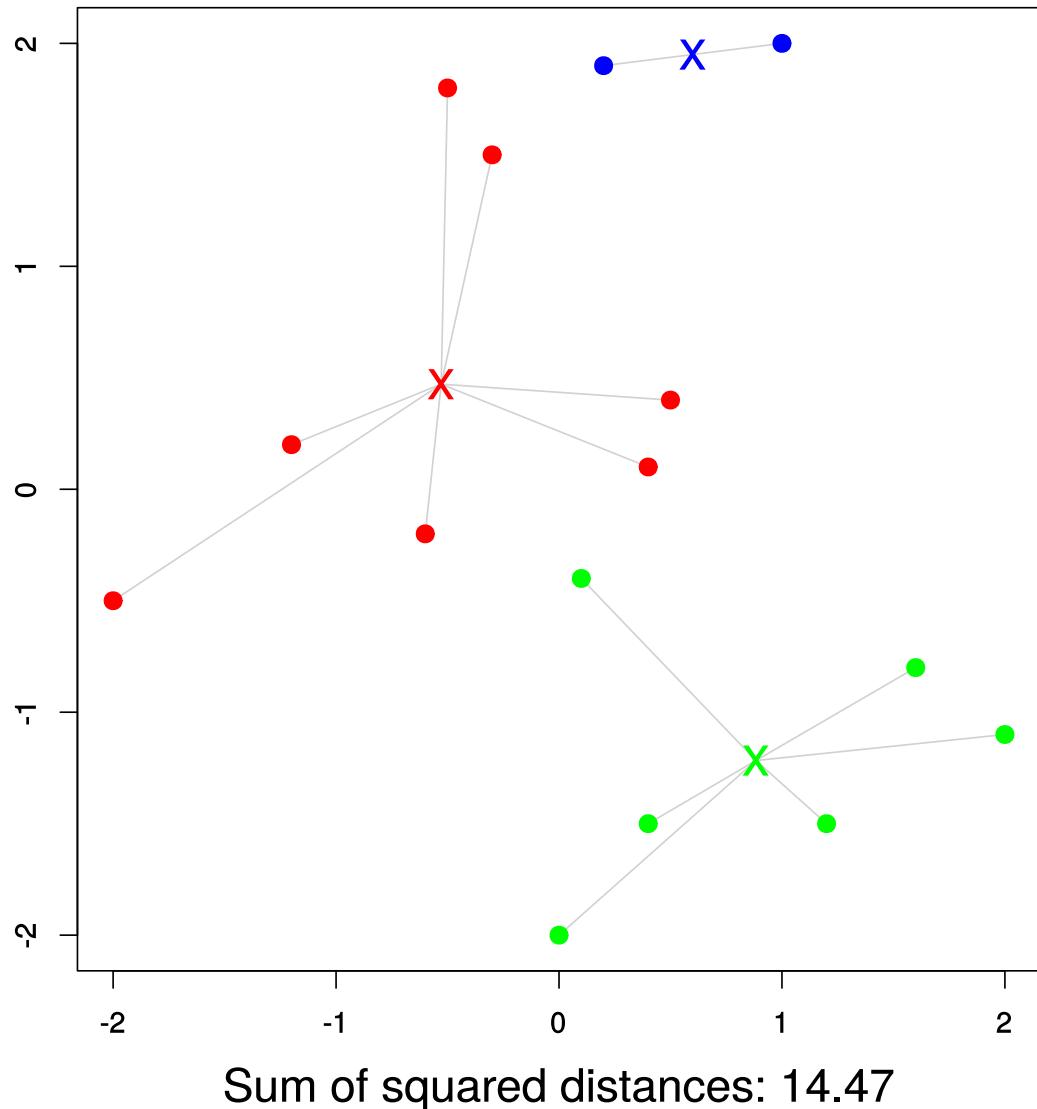
Zabudneme  $c_i$



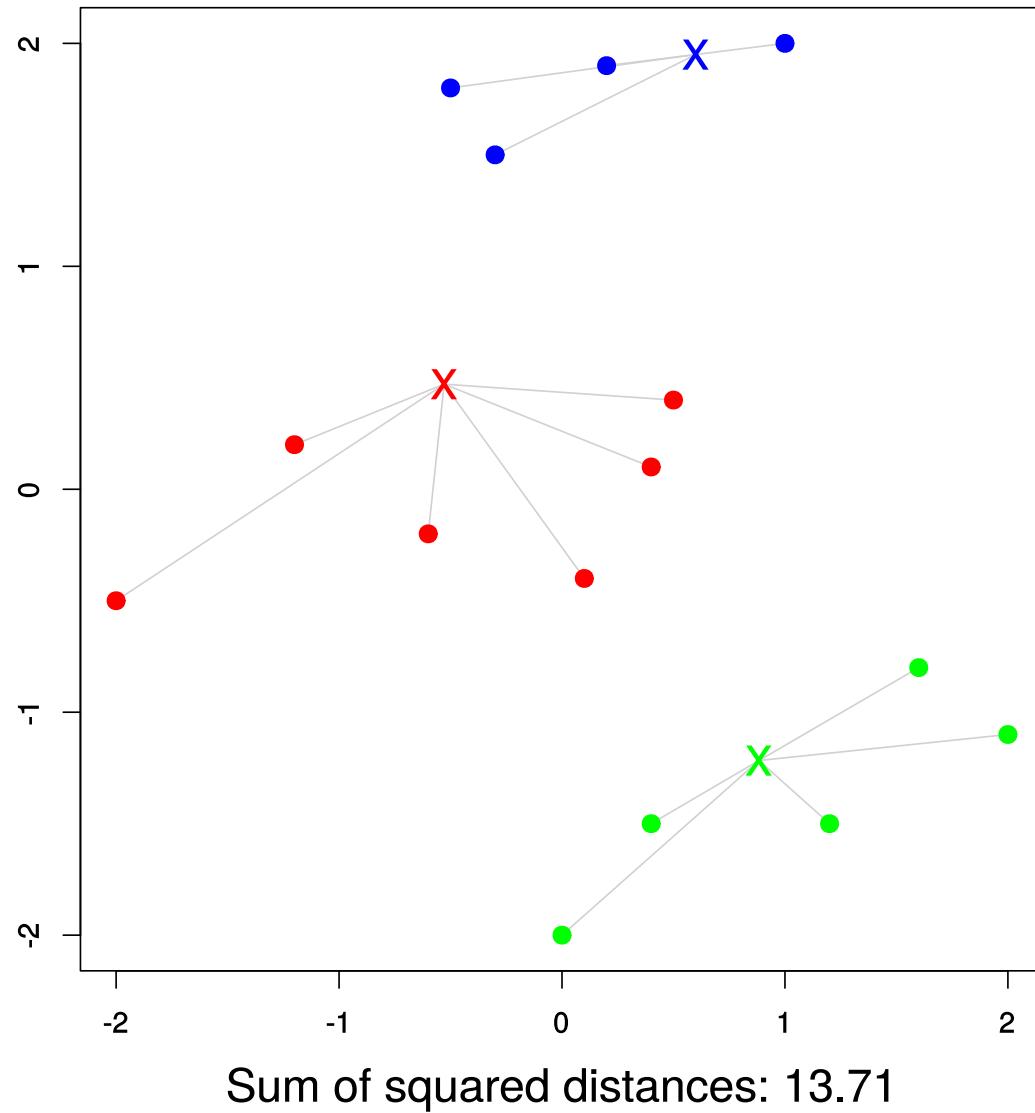
Dopocítame nové  $c_i$  (suma klesla z 19.66 na 17.39)



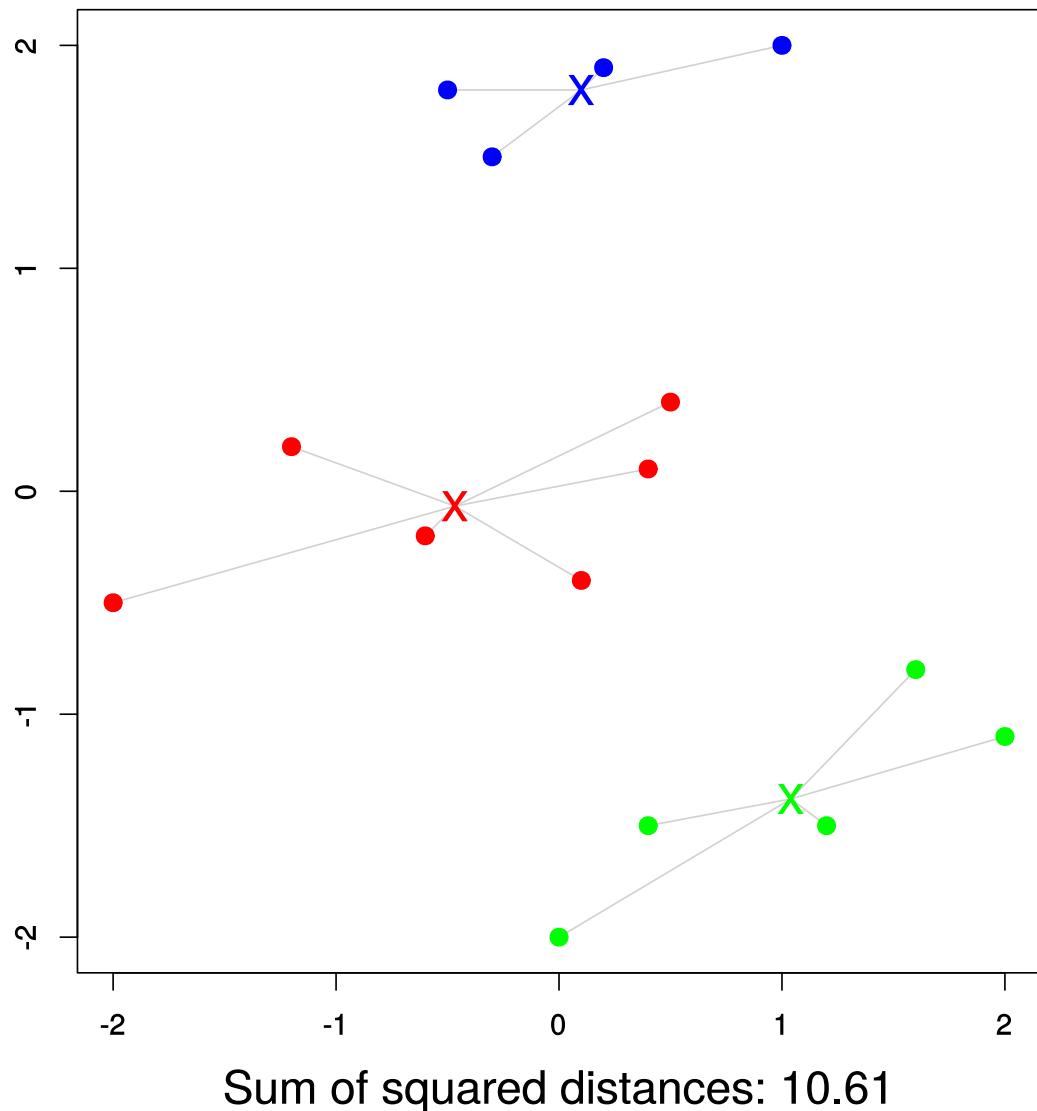
Prepočítame  $\mu_i$



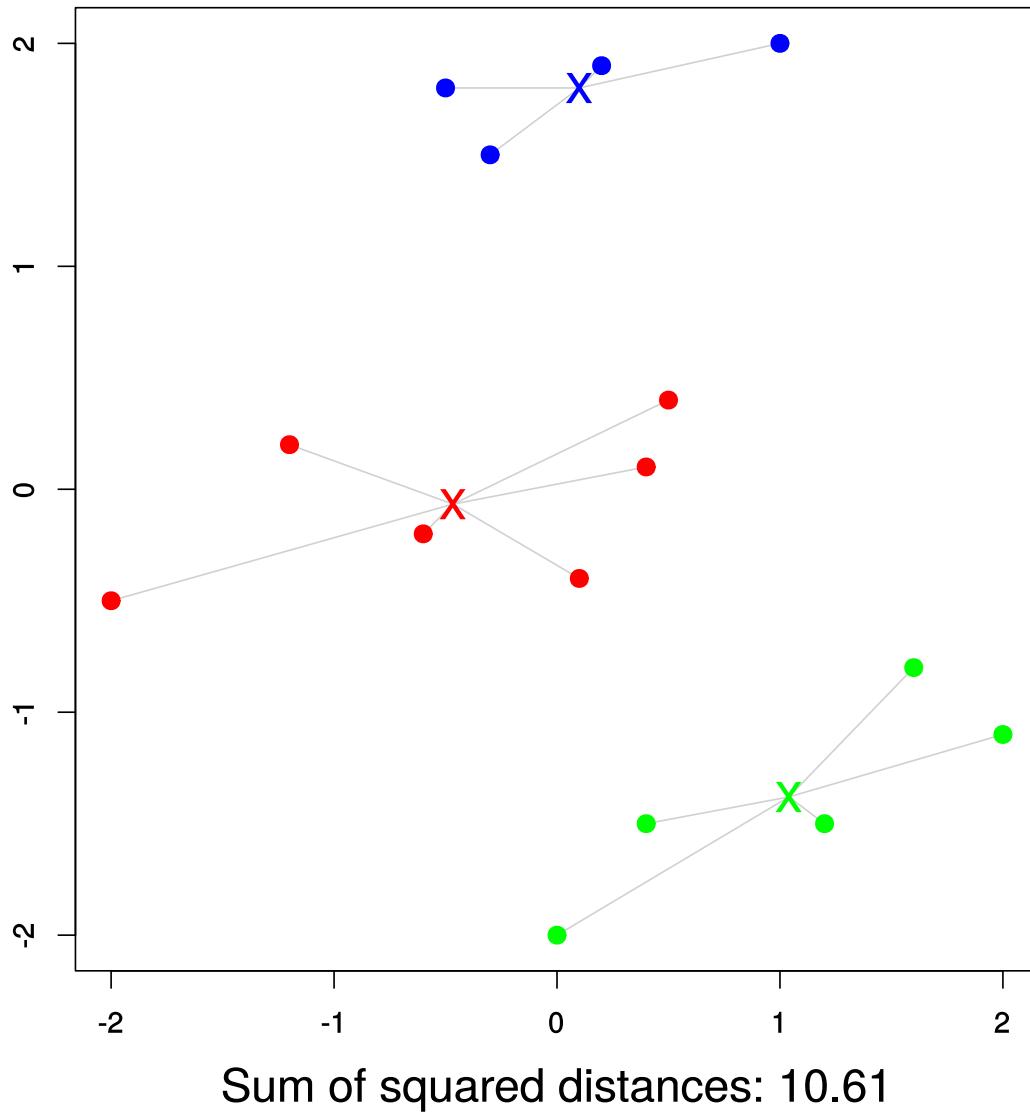
Prepočítame  $c_i$



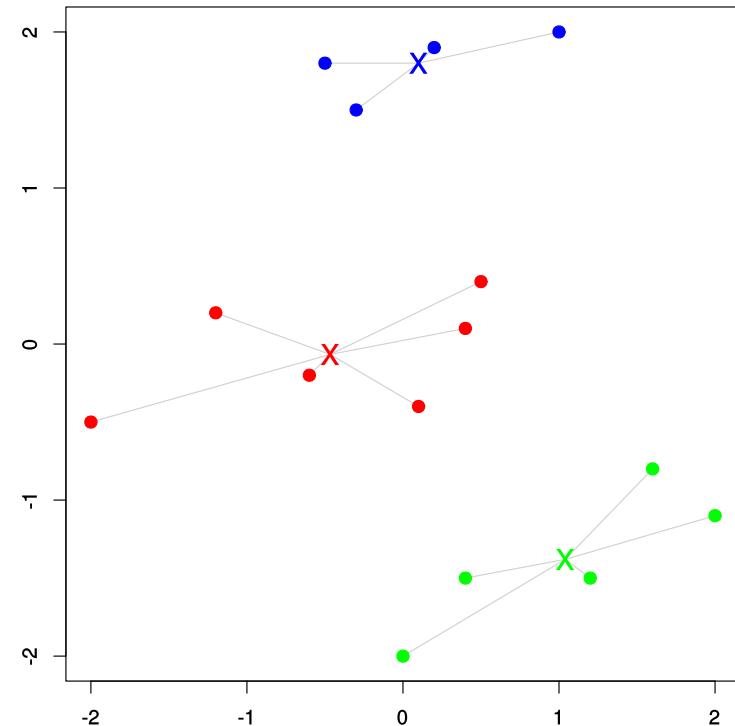
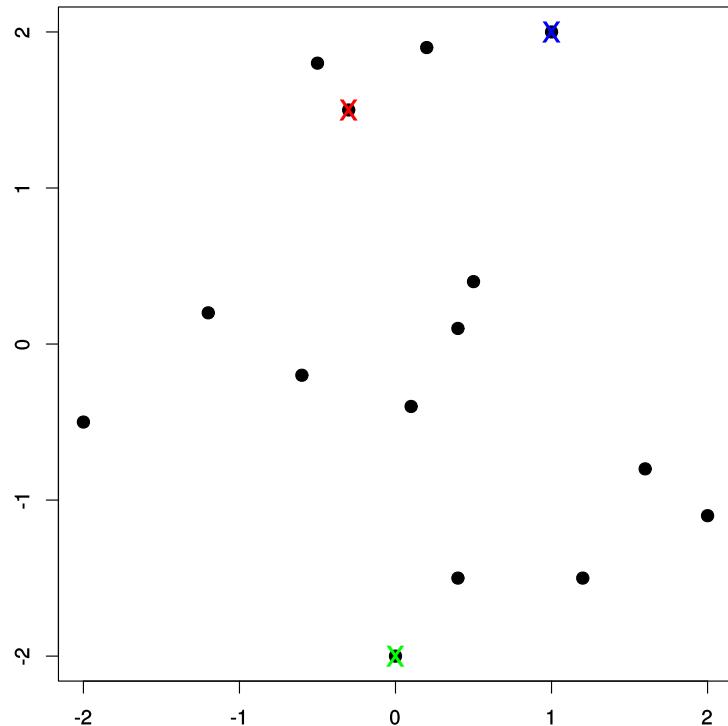
Prepočítame  $\mu_i$



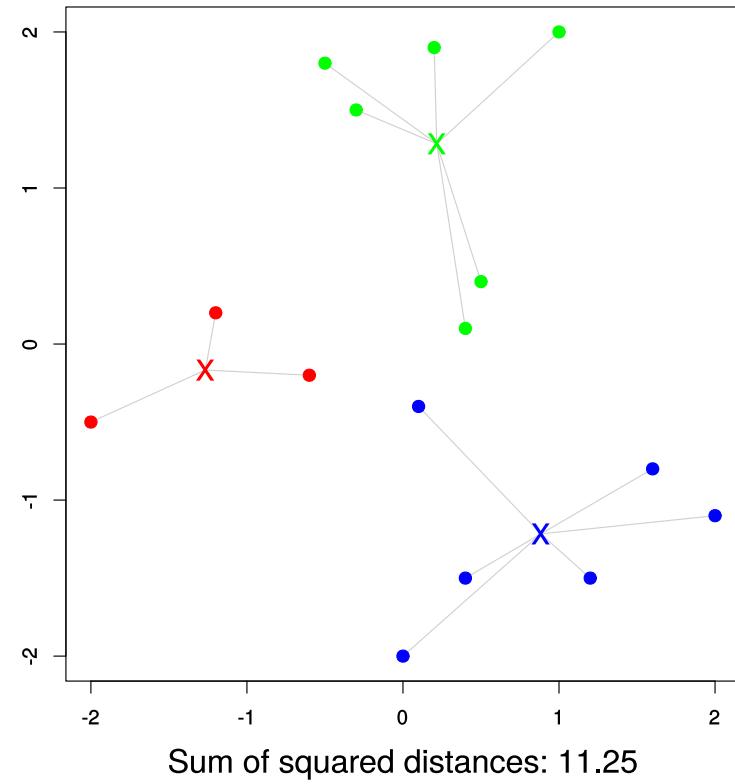
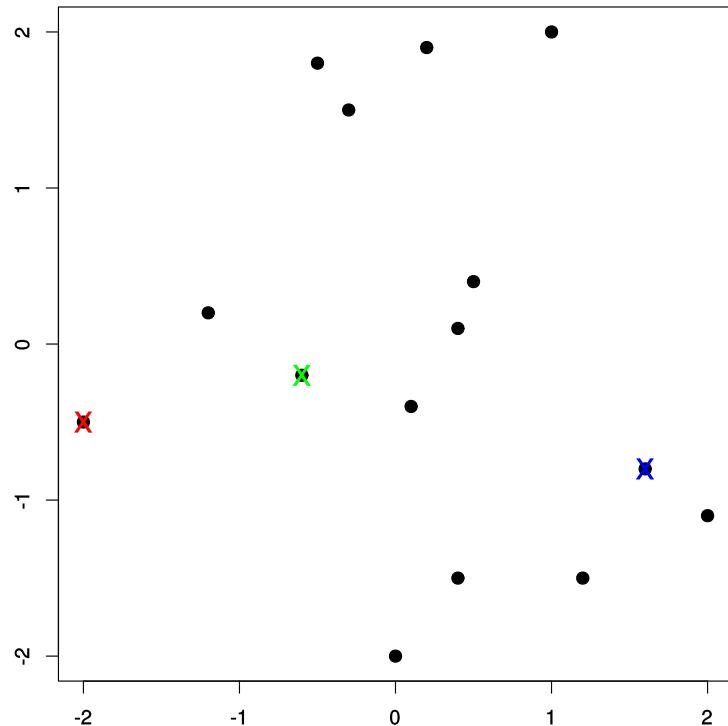
Prepočítame  $c_i$  (žiadna zmena, končíme)



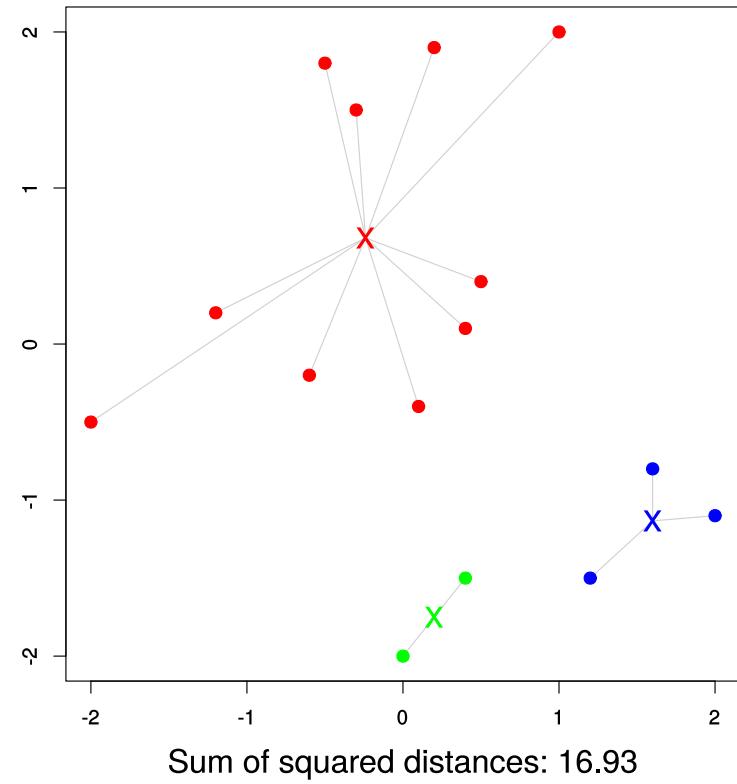
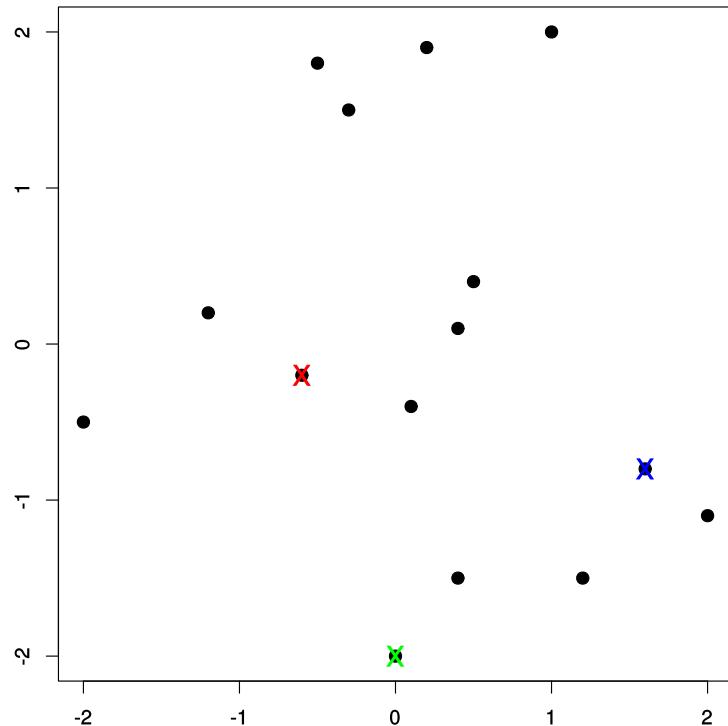
## Príklady niekoľkých behov programu



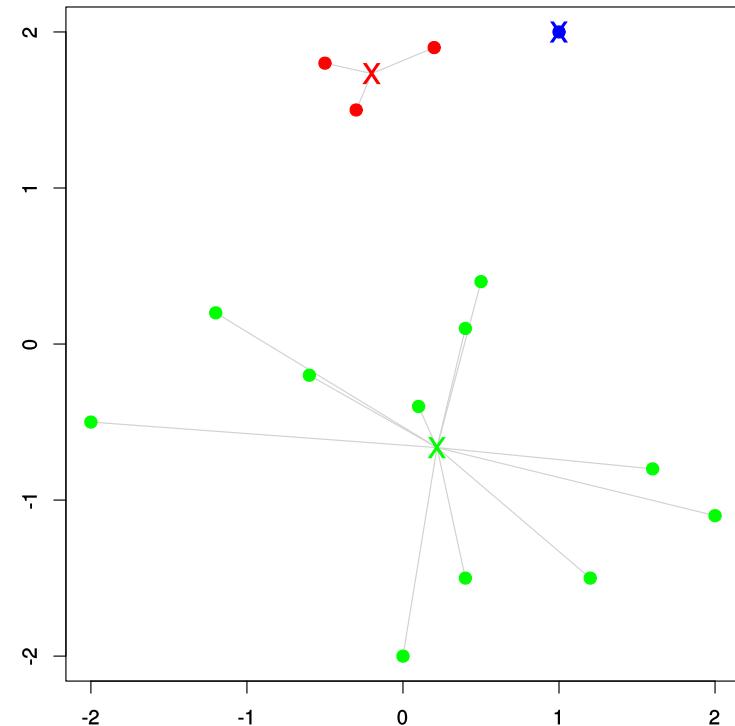
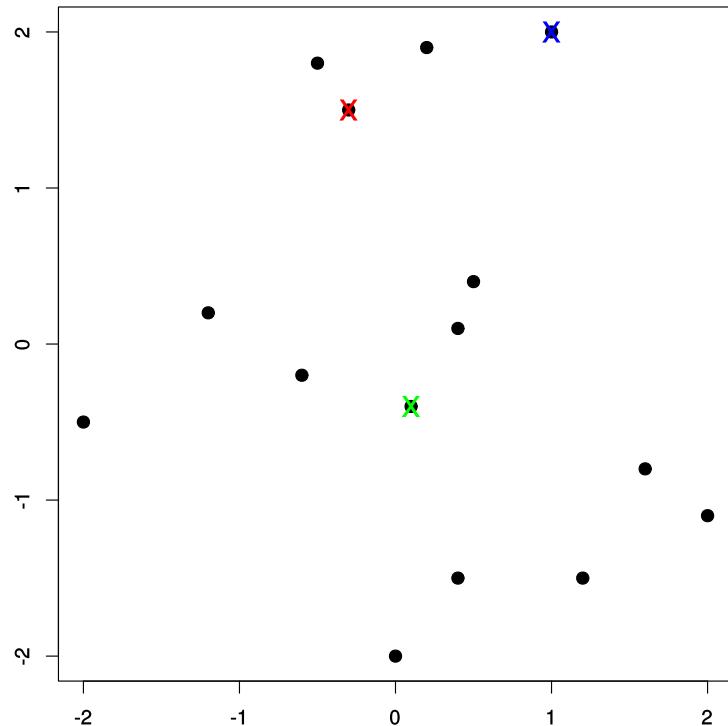
## Príklady niekoľkých behov programu



## Príklady niekoľkých behov programu



## Príklady niekoľkých behov programu



**Cvičenia pre biológov, 10.12.2015**

**Zhrnutie semestra**

## Tvorba bioinformatického nástroja

- Sformulujeme biologické ciele  
(aké máme dátá, aké typy otázok sa chceme pýtať).
- Sformulujeme informaticky/matematicky  
(napr. ako pravdepodobnostný model).  
Dostaneme informatické zadanie problému, v ktorom je presne  
daný vzťah medzi vstupom a želaným výstupom  
(napr. nájšť zarovnanie s max. skóre v určitej skórovacej schéme).
- Hľadáme efektívne algoritmy na riešenie informatického problému.
- Ak sa nám nepodarí nájšť dosť rýchly algoritmus, použijeme  
heuristiky, ktoré dávaju približné riešenia.
- Testujeme na reálnych dátach, či sú výsledky biologicky správne  
(či bol model dobre zvolený, či heuristiky dobre fungujú).

## Použitie bioinformatického nástroja

- Sformulujeme biologické ciele  
(aké máme dátá, aké typy otázok sa chceme pýtať).
- Porozmýšľame, aký typ nástroja, resp. ich kombinácia by nám mohli pomôcť
- Alebo hľadáme v literatúre nástroj na typ problému, s ktorým sme sa ešte nestretli
- Pre správne nastavenie parametrov a interpretovanie výsledkov je dôležité poznať model, predpoklady, ktoré autori nástroja použili, resp. zdroj dát v príslušnej databáze
- Konkrétné nástroje a webstránky sa rýchlo menia, celkové princípy sa menia pomalšie

## Prehľad preberaných tém

- Zostavovanie genómov (najkratšie spoločné nad slovo, heuristiky, de Bruijnove grafy)
- Zarovnania (skórovanie ako pravdepodobnostný model, dynamické programovanie, heuristické zarovnávanie, E-value a P-value, lokálne vs. globálne, párové vs. viacnásobné, celogenómové)
- Evolúcia (pravdepodobnostné modely substitúcií, metóda maximálnej viero hodnosti, metóda maximálnej úspornosti, metóda spájania susedov)
- Hľadanie génov (skryté Markovove modely)
- Komparatívna genomika (hľadanie konzervovaných oblastí, komparatívne hľadanie génov, pozitívny výber, fylogenetické HMM, kodónové matice)

## Prehľad preberaných tém (pokračovanie)

- Expresia génov (zhlukovanie, klasifikácia, regulačné siete, transkripčné faktory, hľadanie motívov)
- Proteíny (predikcia štruktúry, profily a profilové HMM rodín/domén, protein threading)
- RNA štruktúra (dynamické programovanie, stochastické bezkontextové gramatiky)
- Populačná genetika (genetický drift, mapovanie asociácií, linkage disequilibrium, štruktúra populácie)

## Nahliadli sme do sveta informatiky

- Algoritmus, časová zložitosť
- NP-ťažké problémy, presné algoritmy, heuristiky, aproximačné algoritmy
- Dynamické programovanie
- Stromy, grafy
- Skryté Markovove modely a bezkontextové gramatiky

## Ďalšie predmety

- **Genomika** N-mCBI-303, Nosek a kol. (LS, 2P, 3kr)
- **Seminár z bioinformatiky (1)-(4)** 2-AIN-503, 2-AIN-504, 2-AIN-251, 2-AIN-252, Vinař (ZS/LS, 2S, 2kr)
- **Linux pre používateľov** 1-AIN-500, Nagy (LS, 2K, 2kr)
- **Programovanie (1)** 1-MAT-130, Salanci (ZS, 2P/2C, 5kr)
- <http://compbio.fmph.uniba.sk/vyuka/>

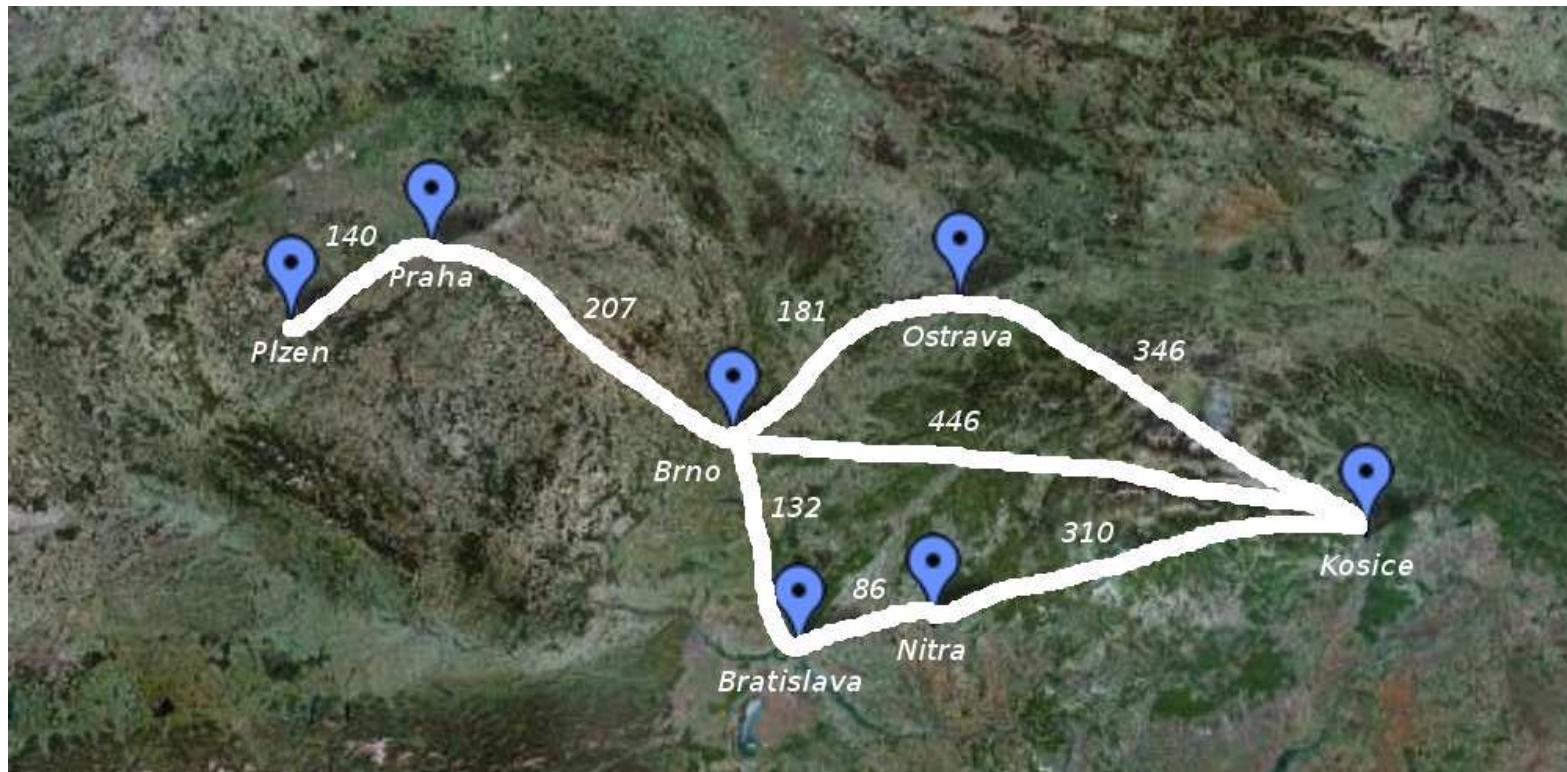
# **Teória grafov**

**Broňa Brejová**

**10.12.2015**

## Grafy a grafové algoritmy

**Graf:** 7 vrcholov (mestá), 8 hrán (cestné spojenia)



Počet vrcholov  $n$ , počet hrán  $m$

Nezáleží na rozmiestnení vrcholov

**Cesta:** Postupnosť nadväzujúcich hrán, žiadny vrchol sa neopakuje

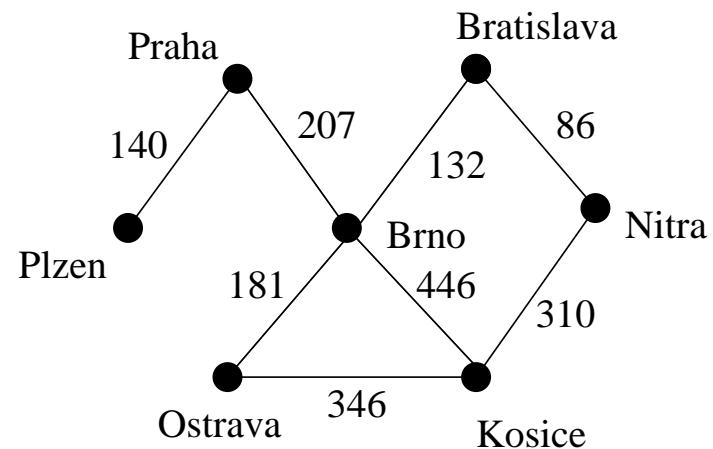
Napr. Plzeň–Praha–Brno–Bratislava je cesta

Brno–Ostrava–Košice–Brno–Praha nie je cesta

**Najkratšia cesta z  $a$  do  $b$ :** Cesta spájajúca vrcholy  $a$  a  $b$  s najmenším súčtom vzdialenosí na hranách

Možno spočítať v čase  $O(n^2)$  **Dijkstrovym algoritmom.**

**Cyklus:** Postupnosť nadväzujúcich hrán, ktorá sa vracia do východzieho bodu, nemá žiadne iné opakujúce sa vrcholy.



# HELP "CAR 54"...AND WIN CASH

54...\$1,000 PRIZES  
ONE...\$10,000 GRAND PRIZE



Proctor and Gamble súťaž, 1962

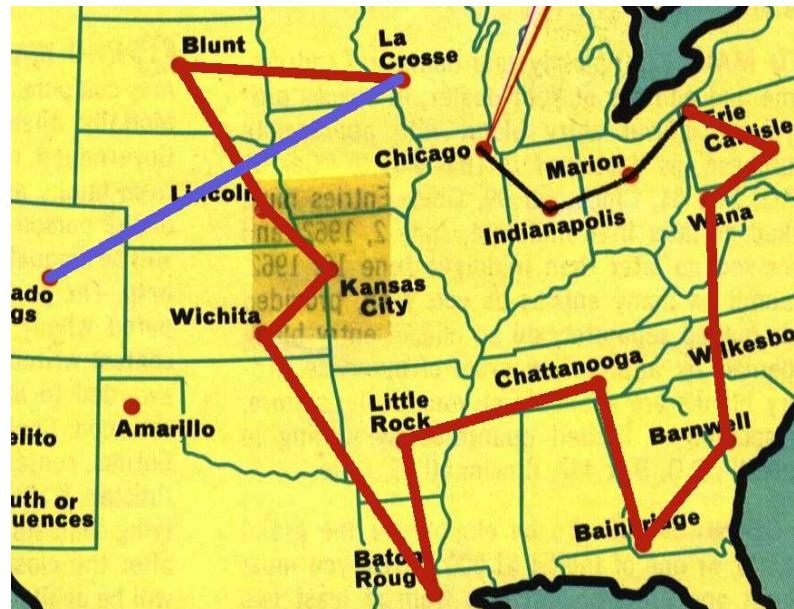
## Problém obchodného cestujúceho

**Vrcholy:** mestá na mape

**Hrany:** medzi každými dvoma vrcholmi, váha je vzdušná vzdialenosť

**Úloha:** obcestovať všetky mestá tak, aby celková vzdušná vzdialenosť bola minimálna (**Hamiltonovská kružnica**)

**Jednoduchá heuristika:** Vždy pokračuj v najbližšom meste, ktoré sme ešte nenavštívili.



Správny a efektívny algoritmus? Nanešťastie, obchodný cestujúci je **NP-ťažký problém**.

## Príklad: Siet interakcií proteínov

**Vrcholy:** proteíny

**Hrany:** priame interakcie

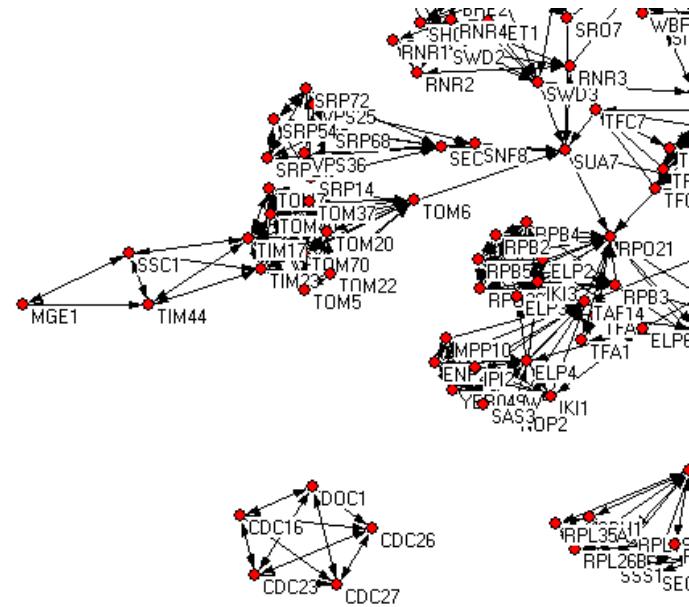
Metabolické dráhy zodp. **cestám**

Metabolické cykly zodp. **cyklom**

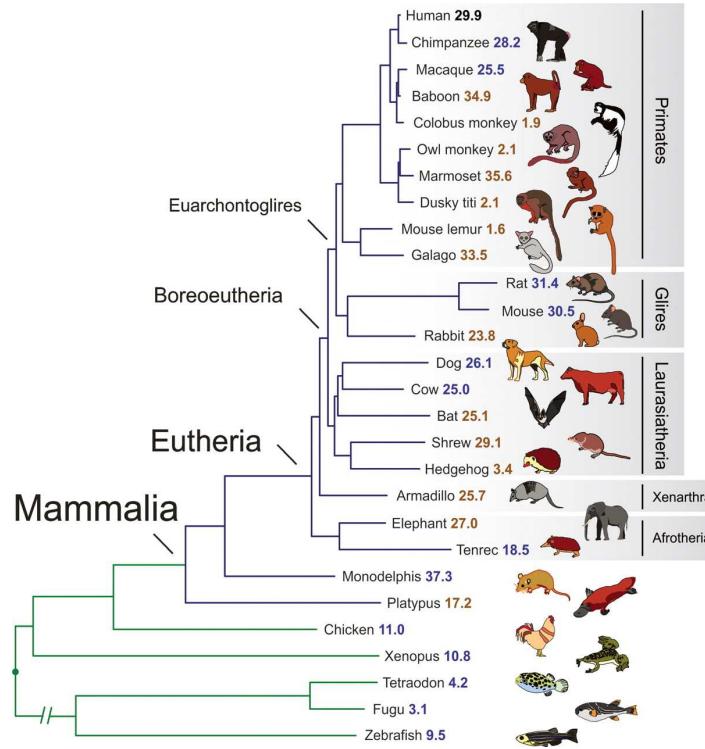
**Kliky:** Skupiny vrcholov priamo prepojené každý s každým

Komplexy zodpovedajú **klikám**

**Komponenty súvislosti:** Najväčšie skupiny vrcholov tak, aby sa v každom komponente dalo dostať z každého vrcholu do každého.



## Príklad: Fylogenetický strom



- **Stromy** sú špeciálna pod trieda grafov (acyklické, súvislé)
- Vrcholy: listy, vnútorné (spolu  $n$ )
- Hrany:  $n - 1$
- **Binárny strom:** každý vnútorný vrchol má 2 synov

**Ďalšie príklady stromov:** hierarchické zhlukovanie

**Ďalšie príklady grafov:** de Bruijnov graf, fylogenetická siet' (evolúcia s horizontálnym prenosom génov alebo rekombináciou)